

Kombinatorika és gráfelmélet I  
2. Aláíráspótló ZH, 2012. december 12. 8.15-9.45, QBF 11

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét, NEPTUN kódját, gyakorlatvezetője nevét** és azt, hogy **2. PÓTPÓTZH** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe. Írószereken és papírokon kívül semmilyen segédeszköz sem használható, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata és a dolgozatírás közbeni együttműködés.

1. A 100 csúcsú  $G$  gráf csúcsai  $v_1, v_2, \dots, v_{100}$ , a  $v_i$  és  $v_j$  pontok össze vannak kötve éllel akkor és csak akkor, ha  $|i - j| = 1, 2, 3$  vagy  $5$ . Más él nincs. Határozzuk meg  $G$  pont-összefüggőségi számát.

2. Mennyi az 1. feladatban szereplő gráf kromatikus száma?

3. Legyen  $G$  egy 9 csúcsú gráf,  $\omega(G) = 4$  és  $\alpha(G) = 4$ . Bizonyítsuk be, hogy  $\chi(G) \leq 5$ .

4.  $G(A, B; E)$  egy páros gráf, minden  $A$ -beli pont foka 200 és minden  $B$ -beli pont foka 100. Bizonyítsuk be, hogy  $G$ -ben van 101 darab különböző  $A$ -t lefedő párosítás.

5. Legyen  $G$  egy 100-élösszefüggő gráf. Vegyünk el  $G$ -ből 6 élet, legyen a kapott gráf  $G'$ . Bizonyítsuk be, hogy  $G'$  94-élösszefüggő.

6. Legyenek  $G$  csúcsai  $v_1, v_2, \dots, v_{90}$ . A  $v_i$  és  $v_j$  csúcsok pontosan akkor vannak összekötve, ha  $i \cdot j$  osztható 30-cal. Határozzuk meg  $\rho(G)$  és  $\alpha(G)$  értékét.

( $\tau(G)$ : lefogó pontok minimális száma,  $\nu(G)$ : független élek maximális száma,  $\rho(G)$ : lefogó élek minimális száma,  $\alpha(G)$ : független pontok maximális száma,  $\chi(G)$ :  $G$  kromatikus száma,  $\omega(G)$ : klikkszám, a legnagyobb teljes részgráf mérete.)