

## Kombinatorika és gráfelmélet I

### 1. Aláíráspótló ZH, 2012. december 12. 8.15-9.45, QBF 11

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét**, **NEPTUN kódját**, **gyakorlatvezetője nevét** és azt, hogy **1. PÓTPÓTZH** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe. Írószereken és papírokon kívül semmilyen segédeszköz sem használható, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata és a dolgozatírás közbeni együttműködés.

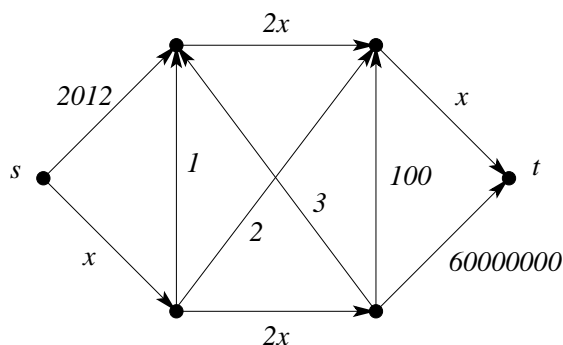
1. Hány olyan fa van a  $v_1, v_2, \dots, v_n$  csúcsokon, amelynek pontosan négy levele (1-fokú csúcsa) van? (Pontosabban: hányféleképpen húzhatunk be éleket a  $v_1, v_2, \dots, v_n$  csúcsok közé, hogy a fenti tulajdonságú fát kapjunk?)

2. A 60 csúcsú  $G$  gráf három 20 csúcsú teljes gráf diszjunkt uniója. Minimálisan hány élt kell behúzni  $G$ -be, hogy a kapott gráf egyszerű legyen, és legyen Euler köre?

3. A  $G$  gráf csúcsai  $v_1, v_2, \dots, v_{10}$  és  $u_1, u_2, u_3$ . Minden  $i, j$ -re,  $(1 \leq i \leq 10, 1 \leq j \leq 3)$   $v_i$  és  $u_j$  össze vannak kötve. Más él nincs. (Tehát  $G$  egy  $K_{10,3}$  teljes páros gráf.) Minimálisan hány élt kell behúzni  $G$ -be, hogy a kapott gráfnak legyen Hamilton köre?

4. A  $G$   $n$  csúcsú teljes, súlyozott élű gráfban minden feszítőfának ugyanannyi az összsúlya. Bizonyítsuk be, hogy minden élnek ugyanannyi a súlya.

5. Határozzuk meg az összes olyan  $x$  számot, amelyre az alábbi hálózatban a maximális folyam nagysága 8.



6. A  $G$  gráfnak 1000 csúcsa van, és akárhogy elveszünk 500 élet, a maradék gráf tartalmaz Hamilton utat. Bizonyítsuk be, hogy  $G$  tartalmaz Hamilton kört.