

1. Aláíráspótló ZH, 2017. május 16, 8.15-9.45, T 601/2

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét, NEPTUN kódját és gyakorlatvezetője nevét** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan és helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe. Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közben történő együttműködés.

1. Hány olyan fa van a v_1, \dots, v_8 csúcsokon, amelyben $d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = d_5 + d_6 + d_7 + d_8$? (d_i a v_i csúcs fokszáma a fában)
2. A G 8 csúcsú gráf csúcsai $v_1, v_2, v_3, v_4, u_1, u_2, u_3, u_4$. Minden i, j -re v_i össze van kötve u_j -vel, más él nincs. (Vagyis G egy $K_{4,4}$ teljes páros gráf.) Maximálisan hány élt vehetünk hozzá G -hez úgy, hogy a kapott G' gráf egyszerű legyen és G' tartalmazzon Euler kört?
3. A G teljes gráf csúcsai v_1, v_2, \dots, v_{20} , a $v_i v_j$ él ($i \neq j$) súlya $i + j$. Határozzuk meg G minimális összsúlyú feszítőfájának a súlyát.
4. Határozzuk meg, hogy a $K_{4,4}$ teljes páros gráf (lásd 2. feladat) hány Hamilton kört tartalmaz. (Két Hamilton kör különböző, ha nem pontosan ugyanazokból az élekből állnak.)
5. A (G, s, t, c) hálózatban a maximális folyam nagysága 100. Ha *bármelyik* él kapacitásához hozzáadunk 1-et, az új hálózatban a maximális folyam nagysága 101. Bizonyítsuk be, hogy az eredeti (G, s, t, c) hálózatban az összes él kapacitásának összege 100.
6. Határozzuk meg az 5 csúcsú egyszerű G gráfok élszámának a minimumát, amelyekre $\kappa(G) = 2$. ($\kappa(G)$ G pontösszefüggőségi száma.)