

1. Aláíráspótló ZH, 2014. december 17. 8.15-9.45, IB 134

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét**, **NEPTUN kódját** és **gyakorlatvezetője nevét** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe. Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közben történő együttműködés.

1. Hány olyan fa van a v_1, v_2, \dots, v_{10} csúcsokon, amelyben minden csúcs foka 1 vagy 3?

2. A G egyszerű páros gráfnak az egyik osztályában 25, a másikban 55 csúcs van, és a két osztály között minden él be van húzva. Az osztályokon belül természetesen nincs él. (Ez egyébként a $K_{25,55}$ teljes páros gráf.)

Minimálisan hány élet kell elhagyni G -ből, hogy a megmaradt gráfnak legyen Euler köre?

3. Legyenek a G egyszerű gráf csúcsai v_1, v_2, \dots, v_n , $n \geq 4$, és bármely két csúcs össze van kötve. (Vagyis G a teljes n csúcsú gráf, K_n .) Képezzük a H gráfot a következő módon. Minden i, j párra ($1 \leq i < j \leq n$) helyettesítsük a v_i és v_j közti élet egy u_{ij} ponttal, ami v_i -vel és v_j -vel van összekötve, más csúccsal nem. (Vagyis G minden élének a “közepére teszünk egy új csúcsot”.)

Van H -nak Hamilton köre? (Ha van, mutassuk meg, ha nincs, igazoljuk, hogy nincs.)

4. A $G(s, t, c)$ hálózatnak az a vicces tulajdonsága van, hogy *bármelyik* élén ha megnöveljük a kapacitást 5-tel, akkor a kapott hálózatban a maximális folyam nagysága 100. Mennyi lehet G -ben a maximális folyam nagysága?

5. A G teljes gráf csúcsai u_1, u_2, \dots, u_{10} és v_1, v_2, \dots, v_{20} . Az $u_i u_j$ élek súlya 10, a $v_i v_j$ élek súlya 30, az $u_i v_j$ élek súlya 20. Hány minimális összsúlyú feszítőfája van G -nek?

6. Tetszőleges $x \geq 0$ számra legyen $m(x)$ az alábbi hálózatban a maximális folyam nagysága. Határozzuk meg az összes olyan x számot, amelyre $10 \leq m(x) \leq 40$.

