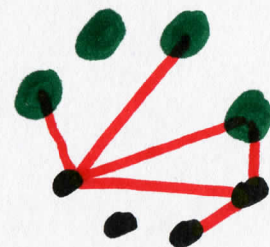


König, Gallai tételek

G gráf. $\nu(G)$: független élek maximális száma.

$\tau(G)$: lefogi pontok minimális száma.

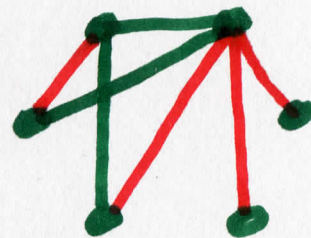
Egy $H \subseteq V(G)$ ponthalmaz független, ha H pontjai közt nem fut él.



$\alpha(G)$: független pontok maximális száma
(alfa)

Egy $F \subseteq E(G)$ élhalmaz lefogi, ha minden pont valamelyik F -beli élnek végpontja.

$\rho(G)$: lefogi élek minimális száma
(ró)



Legutóbb volt:

Minden G gráfra: \max független $e'l \leq \min$ lefogyó pont
$$\nu(G) \leq \tau(G)$$

König 1: Páros G gráfra $\nu(G) = \tau(G)$


Új: Minden G gráfra \max független pont $\leq \min$ lefogyó $e'l$
$$\alpha(G) \leq \beta(G)$$

Biz: α db ftlen pontból kettőt nem lehet egy éllel lefogni \Rightarrow kell legalább α $e'l$ a lefogás hoz.

König 2: Páros G gráfra, ha nincs izolált pont,
akkor
$$\alpha(G) = \beta(G)$$

Gallai 1: Ha G hurokmentes, akkor
 min lefogó pont + max ftlen pont = pontok száma
 $\uparrow(G) + d(G) = n$

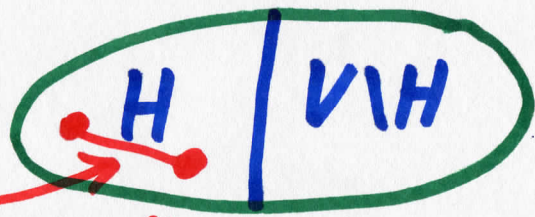
Gallai 2: Ha G -ben nincs izolált pont, akkor
 min lefogó él + max ftlen él = pontok száma
 $\xi(G) + \nu(G) = n$

Ha lehet huroké! : 
 $\uparrow = n \quad d = n$

	max ftlen	min lefogó	
pont	α	γ	$= n$ nurokmentes, Gallai
		X	
él	β	δ	$= n$ nincs izol. pont Gallai
			páros gráf, nincs izol. pont König

Gallai 1. G hurkolmentes: $\gamma(G) + d(G) = n$. 5

Biz: ~~Ha~~ $H \subseteq V(G)$ független $\Leftrightarrow V \setminus H$ lefogyó



nincs ilyen $e \in V$ ✓

Ha H max független: $|H| = d$, $|V \setminus H| = n - d$ lefogyó:

$$n - d \geq \gamma \Rightarrow \underline{n \geq d + \gamma}$$

Ha $V \setminus H$ min lefogyó: $|V \setminus H| = \gamma$, $|H| = n - \gamma$ független:

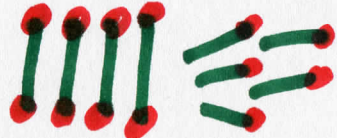
$$n - \gamma \leq d \Rightarrow \underline{n \leq d + \gamma}$$



$$n = d + \gamma$$

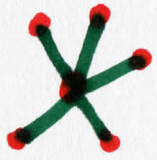
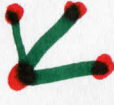
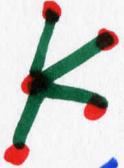
Gallai 2: G -ben nincs hurroké! $\Rightarrow g(G) + v(G) = n$ 6
min kef él + max ftlen él = n

Biz: v ftlen él ($2v$ pontot lefog)

+ $n - 2v$ maradék pontra: $1-1$ él: $v + n - 2v = n - v$

lefogó él: $n - v \geq g \Rightarrow \underline{n \geq v + g}$ 

Min. lefogó élhalmaz: nincs  és nincs 
 $\Rightarrow k$ darab csillag!

   De: $k \leq v$ (van k ftlen él)

összesen $n - k$ db él. $\Rightarrow n - v \leq n - k = g$

$$\underline{n \leq v + g}$$

$$n = v + g$$

König 2: G páros gráf, nincs izolált pont:

$$d(G) = \varrho(G)$$
$$\text{max ften pont} = \text{min lef él}$$

Biz: König 1: $\gamma = \varrho$

Gallai 1: (nurokmentes) : $d + \varrho = n$

Gallai 2: $\gamma + \varrho = n$

} $d = \varrho$

$$G1 - G2 : d - \varrho + \underbrace{\varrho - \gamma}_0 = 0$$

$$d - \varrho = 0$$