Kombinatorika s gráfelmélet 1.
6. gyakorlat, 2016. március 19.
Ismétlés

1. Aláíráspótló ZH, 2012. december 12. 8.15-9.45, QBF 11

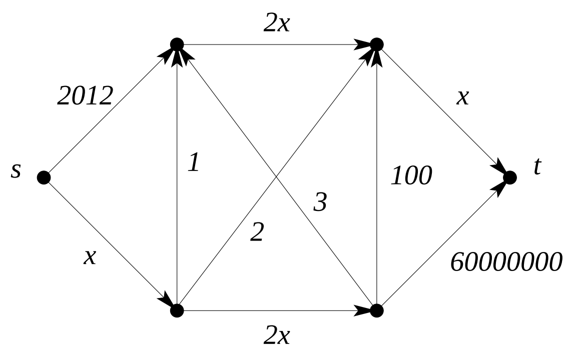
1. Hány olyan fa van a $v_1, v_2, \ldots, v_n$ csúcsokon, amelynek pontosan négy levele (1-fokú csúcsa) van? (Pontosabban: hányféleképpen húzhatunk be éleket a $v_1, v_2, \ldots, v_n$ csúcsok közé, hogy a fenti tulajdonságú fát kapjunk?)

2. A 60 csúcsú G gráf három 20 csúcsú teljes gráf diszjunkt uniója. Minimálisan hány élt kell behúzni G-be, hogy a kapott gráf egyszerű legyen, és legyen Euler köre?

3. A G gráf csúcsai $v_1, v_2, \ldots, v_{10}$ és u_1, u_2, u_3. Minden i, j-re, ($1 \leq i \leq 10$, $1 \leq j \leq 3$) v_i és u_j össze vannak kötve. Más él nincs. (Tehát G egy $K_{10,3}$ teljes páros gráf.) Minimálisan hány élt kell behúzni G-be, hogy a kapott gráfnak legyen Hamilton köre?

4. A G n csúcsú teljes, súlyozott élű gráfban minden feszítőfának ugyanannyi az összsúlya. Bizonyítsuk be, hogy minden élnek ugyanannyi a súlya.

5. Határozzuk meg az összes olyan x számot, amelyre az alábbi hálózatban a maximális folyam nagysága 8.



6. A G gráfnak 1000 csúcsa van, és akárhogy elveszünk 500 élet, a maradék gráf tartalmaz Hamilton utat. Bizonyítsuk be, hogy G tartalmaz Hamilton kört.

2. Aláíráspótló ZH, 2012. december 12. 8.15-9.45, QBF 11

1. A 100 csúcsú G gráf csúcsai $v_1, v_2, \ldots, v_{100}$, a v_i és v_j pontok össze vannak kötve éllel akkor és csak akkor, ha $|i - j| = 1$, 2, 3 vagy 5. Más él nincs. Határozzuk meg G pont-összefüggőségi számát.

1. Aláíráspótló ZH, 2014. december 17. 8.15-9.45, IB 134

1. Hány olyan fa van a $v_1, v_2, \ldots, v_{10}$ csúcsokon, amelyben minden csúcs foka 1 vagy 3?

2. A G egyszerű páros gráfnak az egyik osztályában 25, a másikban 55 csúcs van, és a két osztály között minden él be van húzva. Az osztályokon belül természetesen nincs él. (Ez egyébkent a $K_{25,55}$ teljes páros gráf.)

Minimálisan hány élet kell elhagyni G-ből, hogy a megmaradt gráfnak legyen Euler köre?

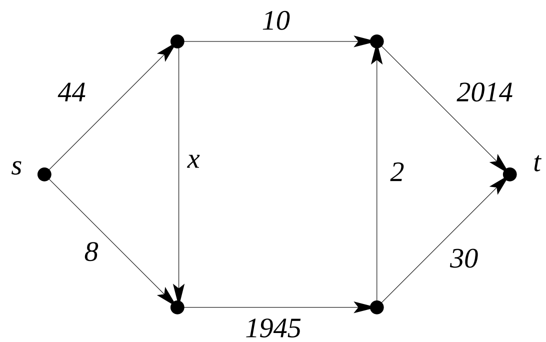
3. Legyenek a G egyszerű gráf csúcsai $v_1, v_2, \ldots v_n$, $n \geq 4$, és bármely két csúcs össze van kötve. (Vagyis G a teljes n csúcsú gráf, K_n.) Képezzük a H gráfot a következő módon. Minden i, j párra $(1 \leq i \leq j \leq n)$ helyettesítsük a v_i és v_j közti élet egy u_{ij} ponttal, ami v_i-vel és v_j-vel van összekötve, más csúccsal nem. (Vagyis G minden élének a "közepére teszünk egy új csúcsot".)

Van H-nak Hamilton köre? (Ha van, mutassuk meg, ha nincs, igazoljuk, hogy nincs.)

4. A $G(s, t, c)$ hálózatnak az a vicces tulajdonsága van, hogy ha *bármelyik* élén megnöveljük a kapacitást 5-tel, akkor a kapott hálózatban a maximális folyam nagysága 100 lesz. Mennyi lehet G-ben a maximális folyam nagysága?

5. A G teljes gráf csúcsai $u_1, u_2, \ldots, u_{10}$ és $v_1, v_2, \ldots, v_{20}$. Az u_iu_j élek súlya 10, a v_iv_j élek súlya 30, az u_iv_j élek súlya 20. Hány minimális összsúlyú feszítőfája van G–nek?

6. Tetszőleges $x \geq 0$ számra legyen $m(x)$ az alábbi hálózatban a maximális folyam nagysága. Határozzuk meg az összes olyan x számot, amelyre $10 \leq m(x) \leq 40$.



2. Aláíráspótló ZH, 2014. december 17. 8.15-9.45, IB 134

5. A G gráfról tudjuk, hogy élösszefüggőségi száma, $\lambda(G) = 2$. Ha a v csúcsot elhagyjuk G-ből, akkor a kapott $G \setminus \{v\}$ gráf pontosan három összefüggő komponensből áll. Bizonyítsuk be, hogy v foka, $d_v \geq 6$.