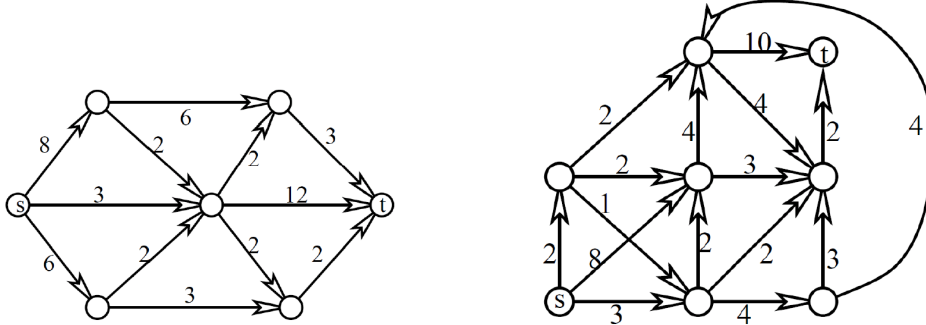


# Kombinatorika és gráfelmélet 1.

7. gyakorlat, 2012. október 19.

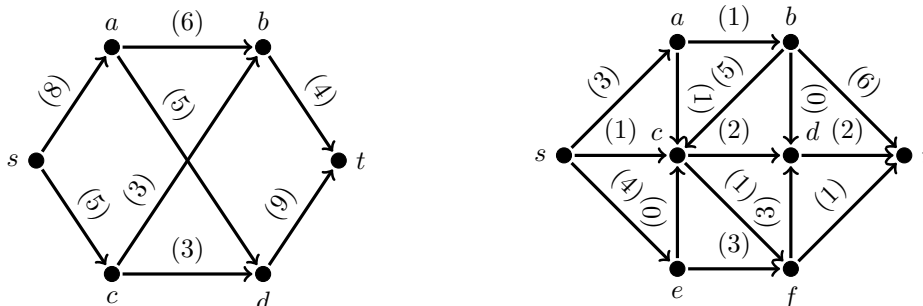
## Folyamok

1. Adjunk meg egy-egy maximális folyamot az alábbi hálózatokban, és bizonyítsuk be, hogy nagyobb folyam nem lehetséges.

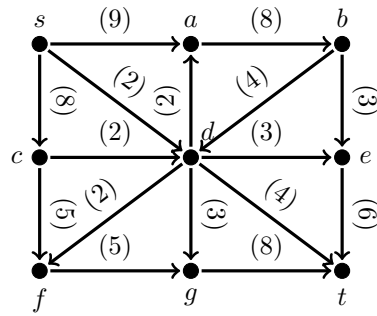
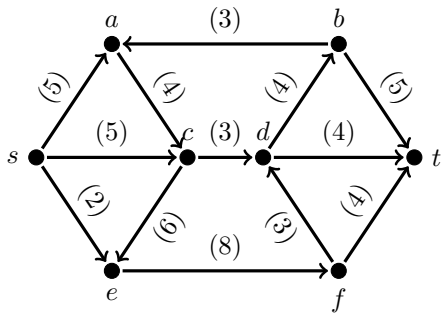


2. a) Az előző feladat hálózataiban válasszuk valamelyik él kapacitását a feltüntetett helyett  $c$ -nek, és határozzuk meg, hogyan függ a maximális folyam nagyság  $a$   $c$  kapacitás értékétől.  
 b) Szintén az előző feladat hálózatait tekintve döntsük el, melyik élt kellene a gráfban törölni ahhoz, hogy a létrejövő hálózatban a maximális folyam nagysága a lehető legkisebb legyen.
3. Tegyük fel, hogy a  $(D, s, t, c)$  hálózatban az  $s$ - $t$  tartalmazó,  $t$ -től diszjunkt  $X$  és az  $Y$  ponthalmazok mindegyike minimális kapacitású  $st$ -vágást határoz meg. Mutassuk meg, hogy az  $X \cap Y$  és  $X \cup Y$  ponthalmazokhoz is minimális kapacitású  $st$ -vágás tartozik.
4. Igaz-e, hogy minden hálózatban van olyan  $e$  él, amelynek a kapacitását  $\varepsilon$ -nal csökkentve (ahol  $0 \leq \varepsilon \leq c(e)$ ) a maximális folyam nagyság is  $\varepsilon$ -nal csökken?  
 Igaz-e az, hogy minden hálózatban van olyan  $e$  él amihez létezik egy pozitív  $\varepsilon$  mennyiség úgy, hogy ha  $e$  kapacitását  $\varepsilon$ -nal növeljük (ahol  $0 \leq \varepsilon \leq c(e)$ ), akkor a maximális folyam nagyság is  $\varepsilon$ -nal növekszik?  
 Ha a fenti állítások valamelyike nem igaz, akkor hogyan lehet eldönteni egy adott hálózatban, hogy létezik-e olyan él, ami rendelkezik a kérdésben leírt tulajdonsággal?
5. Adott a  $D$  irányított gráf valamint  $D$  élein a  $c$  kapacitásfüggvény. Bizonyítsuk be, hogy ha  $s, t$  és  $w$  a  $D$  olyan csúcsai, hogy létezik  $D$ -ben  $m$  nagyságú  $st$ -folyam és  $m$  nagyságú  $tw$  folyam is, akkor  $D$ -ben létezik  $m$  nagyságú  $sw$  folyam.

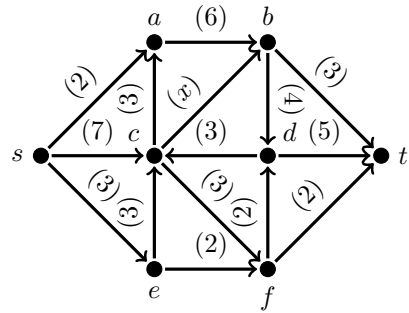
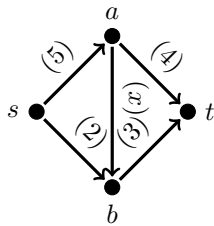
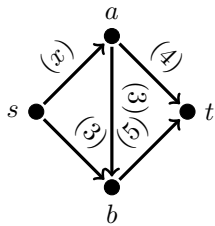
6. Határozzuk meg a maximális folyam értékét az alábbi hálózatokban!



7. Találjuk meg az alábbi hálózatokban a minimális vágást!



8. Határozzuk meg a nemnegatív valós  $x$  függvényében a maximális folyam értékét az alábbi hálózatokban!



**Házi feladat**

1. Egy  $(G, s, t, c)$  hálózatban minden él piros, fehér, vagy zöld. Ha csak a piros és fehér, vagy csak a piros és zöld, vagy csak a fehér és zöld éleket tekintjük, akkor a kapott hálózatokban a maximális folyam nagysága 10. Bizonyítsuk be, hogy a teljes hálózatban a maximális folyam nagysága legalább 15.
2. Irányítsuk a kocka élhálózatának éleit az  $s$  csúcsból az áttellenes  $t$  csúcs felé. Hogyan kell a kiosztani a 12 él közt 4 db 1-es, 2-es ill. 3-as kapacitást, hogy a kapott hálózatban a maximális folyam nagyság a lehető legnagyobb legyen?