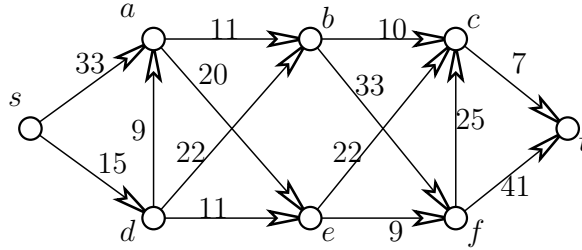
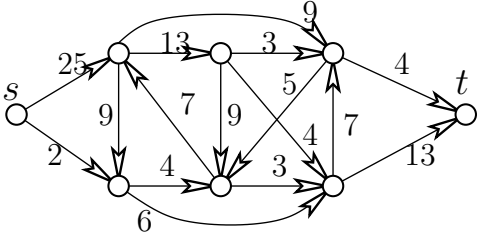


Kombinatorika és gráfelmélet 1.

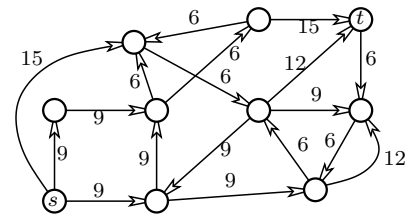
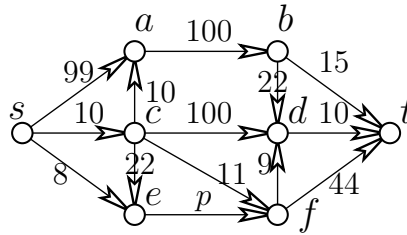
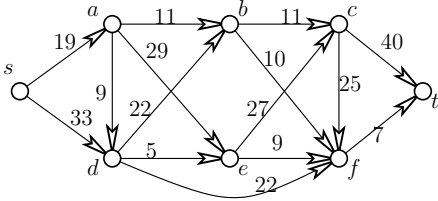
5. gyakorlat, 2017. március 9.

Hálózati folyamok

1. Adjunk meg egy-egy maximális folyamot az alábbi hálózatokban, továbbá bizonyítsuk be, hogy nagyobb folyam nem lehetséges.



2. Mutassunk az alábbi ábrán látható (G, s, t, c) hálózatban egy minimális kapacitású st -vágást.



3. Igaz-e, hogy minden hálózatban van olyan e él, amelynek a kapacitását ε -nal csökkentve (ahol $0 \leq \varepsilon \leq c(e)$) a maximális folyamnagyság is ε -nal csökken?

Igaz-e az, hogy minden hálózatban van olyan e él amihez létezik egy pozitív ε mennyiség úgy, hogy ha e kapacitását ε -nal növeljük (ahol $0 \leq \varepsilon \leq c(e)$), akkor a maximális folyamnagyság is ε -nal növekszik? Ha a fenti állítások valamelyike nem igaz, akkor hogyan lehet eldönteni egy adott hálózatban, hogy létezik-e olyan él, ami rendelkezik a kérdésben leírt tulajdonsággal?

4. a) Az előző feladat hálózataiban válasszuk valamelyik él kapacitását a feltüntetett helyett c -nek, és határozzuk meg, hogyan függ a maximális folyamnagyság a c kapacitás értékétől.
 b) Szintén az előző feladat hálózatait tekintve döntsük el, melyik élt kellene a gráfban törölni ahhoz, hogy a létrejövő hálózatban a maximális folyam nagysága a lehető legkisebb legyen.
5. Tegyük fel, hogy a (D, s, t, c) hálózatban az s - t tartalmazó, t -től diszjunkt X és az Y ponthalmazok mindegyike minimális kapacitású st -vágást határoz meg. Mutassuk meg, hogy az $X \cap Y$ és $X \cup Y$ ponthalmazokhoz is minimális kapacitású st -vágás tartozik.
6. Adott a D irányított gráf valamint élein egy c kapacitásfüggvény. Bizonyítsuk be, hogy ha s, t és w a D olyan csúcsai, hogy létezik D -ben m nagyságú st -folyam és m nagyságú tw folyam is, akkor D -ben létezik m nagyságú sw folyam.
7. Határozzuk meg a nemnegatív p függvényében a maximális folyam értékét a második sor középső hálózatában!
8. Egy (G, s, t, c) hálózatban minden él piros, fehér, vagy zöld. Ha csak a piros és fehér, vagy csak a piros és zöld, vagy csak a fehér és zöld éleket tekintjük, akkor a kapott hálózatokban a maximális folyam nagysága 10. Bizonyítsuk be, hogy a teljes hálózatban a maximális folyam nagysága legalább 15.
9. Igaz-e, hogy az jobb alsó ábrához tartozó (G, s, t, c) hálózatban a maximális folyamnagyság (folyam-érték) pontosan 17? (Az élekre írt számok a megfelelő kapacitásokat jelölik.)
10. Rajzoljunk egy hálózatot, és döntsük el, melyik élt kellene a gráfban törölni, hogy a törlés nyomán létrejövő hálózatban a maximális folyamnagyság a lehető legkisebb legyen.
11. Rajzoljunk egy hálózatot, amiben valamelyik él kapacitása egy p paraméter. Határozzuk meg ebben a hálózatban p függvényében a maximális folyamnagyságot.

Házi feladatok

1. Irányítsuk a kocka élhálózatának éleit az s csúcsból az átellenes t csúcs felé. Hogyan kell a kiosztani a 12 él közt 4 db 1-es, 2-es ill. 3-as kapacitást, hogy a kapott hálózatban a maximális folyamnagyság a lehető legnagyobb legyen?