

Halmazelmélet és valós függvénytan

speci matematikusoknak (PhD-seknek kötelezően választható)

2008/09 II. félév

Ízelítőül néhány kérdés, mellyel a kurzus során találkozni fogunk.

- Szabad-e Fubini-tételt alkalmazni tetszőleges (tehát nem feltétlenül mérhető) nemnegatív függvényre is?
- Előfordulhat-e, hogy $A \subset B \subset [0, 1]$, és A folytonosan ráképezhető $[0, 1]$ -re de B nem?
- Le lehet-e fedni a számegyenest kontinuumnál kevesebb nullmértékű halmazzal?
- Van-e koanalitikus Hamel-bázis? (Koanalitikus = Borel halmaz folytonos képének komplementere.)
- Minden halmaznak van-e a Hausdorff-mértékre nézve mérhető burka?
- Igaz-e, hogy ha egy teljes, végpont nélküli, önmagában sűrűn rendezett halmazban nincs megszámlálhatónál több diszjunkt valódi intervallum, akkor rendezés-izomorf a valósakkal? (Ez a Szuszlin-sejtés.)

A válasz ezekre a kérdésekre: egytől egyig **függetlenek** a halmazelmélet szokásos axióma-rendszerétől, azaz sem bizonyítani, sem cáfolni nem lehet őket. (Éppen úgy, mint a Kontinuum-hipotézist.) A kurzus célja megismerkedni azokkal a módszerekkel, amelyek segítségével a fenti és a fentiekhez hasonló kérdések függetlenségét meg lehet mutatni.

A kurzust nem feltétlenül csak a valós analízis iránt érdeklődőknek ajánlom, hiszen a felhasznált módszerek a matematika más területein is alkalmasak függetlenség igazolására.

Szükséges előismeretek: Matematikus analízis és halmazelmélet. A hallgatóság összetételétől függ, hogy a forszolás technikáját mennyire tekintem ismertnek.

Javasolt időpont: Péntek 12.00-13.30. (Február 4, szerda délig lehet tiltakozni.)

Elekes Márton
emarci@cs.elte.hu