Mátrai Tamás

Az

NKTH Nemzeti Kutatási és Technológiai Hivatal és KPI

támogatásával

bemutatja

$\mathcal{K}$enilworth

$$\mathcal{K}([0,1])$$

$$\mathcal{K}([0,1])$$

$\mathcal{K}$ompakt halmazok $[0,1]$-ben

$$\mathcal{K}([0,1])$$

$\mathcal{K}$ompakt halmazok $[0,1]$-ben

$d_H(K,L) = \min\{\varepsilon > 0 \colon K \subseteq B(L,\varepsilon),\ L \subseteq B(K,\varepsilon)\}$

$$\mathcal{K}([0,1])$$

$$\left.\begin{array}{l}\mathcal{K}\text{ompakt halmazok } [0,1]\text{-ben} \\ d_H(K,L) = \min\{\varepsilon > 0 \colon K \subseteq B(L,\varepsilon),\ L \subseteq B(K,\varepsilon)\}\end{array}\right\}\ \text{szeparábilis, kompakt, metrikus}$$

$\mathcal{K}$echris $\mathcal{K}$érdése

$\mathcal{K}$echris $\mathcal{K}$érdése

$\mathcal{K}([0,1])$: kompakt halmazok $[0,1]$-ben

$\mathcal{K}$echris $\mathcal{K}$érdése

$\mathcal{K}([0,1])$: kompakt halmazok $[0,1]$-ben

$$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1]) \text{ egy } G_\delta \ \sigma\text{-ideál és } \{x\} \in \mathcal{I} \ (x \in [0,1])$$

$$?\Downarrow?$$

$$\exists D \subseteq [0,1] \text{ sűrű } G_\delta \text{ halmaz: } \mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$$

$\mathcal{K}$echris $\mathcal{K}$érdése

$\mathcal{K}([0,1])$: kompakt halmazok $[0,1]$-ben

Megsz. sok nyílt metszete

$$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1]) \text{ egy } G_\delta \ \sigma\text{-ideál és } \{x\} \in \mathcal{I} \ (x \in [0,1])$$

$$?\Downarrow?$$

$$\exists D \subseteq [0,1] \text{ sűrű } G_\delta \text{ halmaz: } \mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$$

$\mathcal{K}$echris $\mathcal{K}$érdése

$\mathcal{K}([0,1])$: kompakt halmazok $[0,1]$-ben

- $K \in \mathcal{I}$, $L \subseteq K$ kompakt $\Rightarrow L \in \mathcal{I}$;

Megsz. sok nyílt metszete

$$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1]) \text{ egy } G_\delta \ \sigma\text{-ideál és } \{x\} \in \mathcal{I} \ (x \in [0,1])$$

$$?\Downarrow?$$

$$\exists D \subseteq [0,1] \text{ sűrű } G_\delta \text{ halmaz: } \mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$$

$\mathcal{K}$echris $\mathcal{K}$érdése

$\mathcal{K}([0,1])$: kompakt halmazok $[0,1]$-ben

Megsz. sok nyílt metszete

- $K \in \mathcal{I}$, $L \subseteq K$ kompakt $\Rightarrow L \in \mathcal{I}$;
- $K_i \in \mathcal{I}$, $\bigcup_{i<\omega} K_i$ kompakt $\Rightarrow \bigcup_{i<\omega} K_i \in \mathcal{I}$.

$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1])$ egy G_δ σ-ideál és $\{x\} \in \mathcal{I}$ $(x \in [0,1])$

$$?\Downarrow?$$

$\exists D \subseteq [0,1]$ sűrű G_δ halmaz: $\mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$

$\mathcal{K}$echris $\mathcal{K}$érdése

$\mathcal{K}([0,1])$: kompakt halmazok $[0,1]$-ben

Megsz. sok nyílt metszete

- $K \in \mathcal{I},\ L \subseteq K$ kompakt $\Rightarrow L \in \mathcal{I}$;
- $K_i \in \mathcal{I},\ \bigcup_{i<\omega} K_i$ kompakt $\Rightarrow \bigcup_{i<\omega} K_i \in \mathcal{I}$.

$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1])$ egy G_δ σ-ideál és $\{x\} \in \mathcal{I}$ $(x \in [0,1])$

$?\Downarrow?$

$\exists D \subseteq [0,1]$ sűrű G_δ halmaz: $\mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$

Tény: sűrű G_δ $\equiv$ nagyon nagy

$\mathcal{K}$echris $\mathcal{K}$érdése (1988)

$\mathcal{K}([0,1])$: kompakt halmazok $[0,1]$-ben

Megsz. sok nyílt metszete

- $K \in \mathcal{I}$, $L \subseteq K$ kompakt $\Rightarrow L \in \mathcal{I}$;
- $K_i \in \mathcal{I}$, $\bigcup_{i<\omega} K_i$ kompakt $\Rightarrow \bigcup_{i<\omega} K_i \in \mathcal{I}$.

$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1])$ egy G_δ σ-ideál és $\{x\} \in \mathcal{I}$ $(x \in [0,1])$

$$?\Downarrow?$$

$\exists D \subseteq [0,1]$ sűrű G_δ halmaz: $\mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$

Tény: sűrű G_δ $\equiv$ nagyon nagy

$\mathcal{K}$érdés:

Igaz-e, hogy nagy és egyszerű σ-ideálban van "nagy kanonikus" rész?

$\mathcal{K}$echris $\mathcal{K}$érdése (1988)

$\mathcal{K}([0,1])$: kompakt halmazok $[0,1]$-ben

Megsz. sok nyílt metszete

- $K \in \mathcal{I},\ L \subseteq K$ kompakt $\Rightarrow L \in \mathcal{I}$;
- $K_i \in \mathcal{I},\ \bigcup_{i<\omega} K_i$ kompakt $\Rightarrow \bigcup_{i<\omega} K_i \in \mathcal{I}$.

$$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1]) \text{ egy } G_\delta\ \sigma\text{-ideál és } \{x\} \in \mathcal{I}\ (x \in [0,1])$$

$$?\Downarrow?$$

$$\exists D \subseteq [0,1] \text{ sűrű } G_\delta \text{ halmaz: } \mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$$

Tény: sűrű G_δ $\equiv$ nagyon nagy

$\mathcal{K}$érdés:

Igaz-e, hogy nagy és egyszerű σ-ideálban van "nagy kanonikus" rész?

Miért érdekes ez?

Harmonikus analízis

Harmonikus analízis

$A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$

Harmonikus analízis

$A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$

A egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{int} = 0 \Rightarrow c_n = 0 \ (n \in \mathbb{Z}).$$

Harmonikus analízis

$A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$
A egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{int} = 0 \Rightarrow c_n = 0 \ (n \in \mathbb{Z}).$$

A speciális egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}_0$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{\mu}(n) e^{int} = 0 \Rightarrow \mu = 0.$$

Harmonikus analízis

$A \in \mathcal{K}([0,2\pi])$
A egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}$:

$$\forall t \in [0,2\pi] \setminus A,\ \sum_{n\in\mathbb{Z}} c_n e^{int} = 0 \Rightarrow c_n = 0\ (n \in \mathbb{Z}).$$

A speciális egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}_0$:

$$\forall t \in [0,2\pi] \setminus A,\ \sum_{n\in\mathbb{Z}} \hat{\mu}(n) e^{int} = 0 \Rightarrow \mu = 0.$$

Tulajdonságok:

Harmonikus analízis

$A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$

A egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{int} = 0 \Rightarrow c_n = 0 \ (n \in \mathbb{Z}).$$

A speciális egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}_0$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{\mu}(n) e^{int} = 0 \Rightarrow \mu = 0.$$

Tulajdonságok:

- $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0, 2\pi])$ koanalitikus halmazok;

Harmonikus analízis

$A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$

A egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{int} = 0 \Rightarrow c_n = 0 \ (n \in \mathbb{Z}).$$

A speciális egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}_0$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{\mu}(n) e^{int} = 0 \Rightarrow \mu = 0.$$

Tulajdonságok:

- $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0, 2\pi])$ koanalitikus halmazok;
- $\mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0, 2\pi])$ σ-ideál;

Harmonikus analízis

$A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$

A egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{int} = 0 \Rightarrow c_n = 0 \ (n \in \mathbb{Z}).$$

A speciális egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}_0$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{\mu}(n) e^{int} = 0 \Rightarrow \mu = 0.$$

Tulajdonságok:

- $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0, 2\pi])$ koanalitikus halmazok;
- $\mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0, 2\pi])$ σ-ideál;
- (Cantor, Young) $\{\text{megszámlálható}\} \subseteq \mathcal{U}$;

Harmonikus analízis

$A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$

A egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{int} = 0 \Rightarrow c_n = 0 \ (n \in \mathbb{Z}).$$

A speciális egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}_0$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{\mu}(n) e^{int} = 0 \Rightarrow \mu = 0.$$

Tulajdonságok:

- $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0, 2\pi])$ koanalitikus halmazok;
- $\mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0, 2\pi])$ σ-ideál;
- (Cantor, Young) $\{\text{megszámlálható}\} \subseteq \mathcal{U}$;
- (Bary, 1927) $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{K}([0, 2\pi])$ σ-ideál;

Harmonikus analízis

$A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$

A egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{int} = 0 \Rightarrow c_n = 0 \ (n \in \mathbb{Z}).$$

A speciális egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}_0$:

$$\forall t \in [0, 2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{\mu}(n) e^{int} = 0 \Rightarrow \mu = 0.$$

Tulajdonságok:

- $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0, 2\pi])$ koanalitikus halmazok;
- $\mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0, 2\pi])$ σ-ideál;
- (Cantor, Young) $\{\text{megszámlálható}\} \subseteq \mathcal{U}$;
- (Bary, 1927) $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{K}([0, 2\pi])$ σ-ideál;

Tétel (R. Solovay, R. Kaufman, 1984)

$$\mathcal{U}_0, \mathcal{U} \text{ teljes koanalitikusak } \mathcal{K}([0, 2\pi])\text{-ben.}$$

Harmonikus analízis

$A \in \mathcal{K}([0,2\pi])$

A egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}$:

$$\forall t \in [0,2\pi] \setminus A, \quad \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{int} = 0 \Rightarrow c_n = 0 \ (n \in \mathbb{Z}).$$

A speciális egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}_0$:

$$\forall t \in [0,2\pi] \setminus A, \quad \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{\mu}(n) e^{int} = 0 \Rightarrow \mu = 0.$$

Tulajdonságok:

- $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0,2\pi])$ koanalitikus halmazok;
- $\mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0,2\pi])$ σ-ideál;
- (Cantor, Young) $\{\text{megszámlálható}\} \subseteq \mathcal{U}$;
- (Bary, 1927) $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{K}([0,2\pi])$ σ-ideál;

Tétel (R. Solovay, R. Kaufman, 1984)

$\mathcal{U}_0, \mathcal{U}$ teljes koanalitikusak $\mathcal{K}([0,2\pi])$-ben.

nyílt $\rightsquigarrow$ G_δ $\rightsquigarrow$ Borel $\rightsquigarrow$ analitikus $\perp$ teljes koanalitikus

Harmonikus analízis

$A \in \mathcal{K}([0,2\pi])$

A egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}$:

$$\forall t \in [0,2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{int} = 0 \Rightarrow c_n = 0 \ (n \in \mathbb{Z}).$$

A speciális egyértelműségi halmaz, $A \in \mathcal{U}_0$:

$$\forall t \in [0,2\pi] \setminus A, \ \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{\mu}(n) e^{int} = 0 \Rightarrow \mu = 0.$$

Tulajdonságok:

- $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0,2\pi])$ koanalitikus halmazok;
- $\mathcal{U}_0 \subseteq \mathcal{K}([0,2\pi])$ σ-ideál;
- (Cantor, Young) $\{\text{megszámlálható}\} \subseteq \mathcal{U}$;
- (Bary, 1927) $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{K}([0,2\pi])$ σ-ideál;

Tétel (R. Solovay, R. Kaufman, 1984)

$\mathcal{U}_0, \mathcal{U}$ teljes koanalitikusak $\mathcal{K}([0,2\pi])$-ben.

nyílt $\rightsquigarrow$ G_δ $\rightsquigarrow$ Borel $\rightsquigarrow$ analitikus $\perp$ teljes koanalitikus

Tétel (A. S. Kechris, A. Louveau, W. H. Woodin, 1987)

$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,2\pi])$ koanalitikus σ-ideál $\Rightarrow$ ($\mathcal{I}$ teljes koanalitikus $\vee$ $\mathcal{I}$ G_δ)

Ami a leíró halmazelméletből kipotyog...

Ami a leíró halmazelméletből kipotyog...

- (Kaufman, Kechris, Louveau)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $A \notin \mathcal{U}_0 \Rightarrow \mathcal{U}_0 \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;

Ami a leíró halmazelméletből kipotyog...

- (Kaufman, Kechris, Louveau)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $A \notin \mathcal{U}_0 \Rightarrow \mathcal{U}_0 \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;
- (Debs, Saint-Raymond)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $A \notin \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{U} \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;

Ami a leíró halmazelméletből kipotyog...

- (Kaufman, Kechris, Louveau)
  $A \in \mathcal{K}([0,2\pi])$, $A \notin \mathcal{U}_0 \Rightarrow \mathcal{U}_0 \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;
- (Debs, Saint-Raymond)
  $A \in \mathcal{K}([0,2\pi])$, $A \notin \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{U} \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;
- (Kaufman, Kechris, Louveau)
  $A \in \mathcal{K}([0,2\pi])$, $A \notin \mathcal{U}_0 \Rightarrow \mathcal{K}(A) \setminus \mathcal{U}_0$-ban van nem megszámlálható sok páronként diszj. halmaz.

Ami a leíró halmazelméletből kipotyog...

- (Kaufman, Kechris, Louveau)
  $A \in \mathcal{K}([0,2\pi])$, $A \notin \mathcal{U}_0 \Rightarrow \mathcal{U}_0 \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;
- (Debs, Saint-Raymond)
  $A \in \mathcal{K}([0,2\pi])$, $A \notin \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{U} \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;
- (Kaufman, Kechris, Louveau)
  $A \in \mathcal{K}([0,2\pi])$, $A \notin \mathcal{U}_0 \Rightarrow \mathcal{K}(A) \setminus \mathcal{U}_0$-ban van nem megszámlálható sok páronként diszj. halmaz. $\mathcal{U}$-ra is.

Ami a leíró halmazelméletből kipotyog...

- (Kaufman, Kechris, Louveau)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $A \notin \mathcal{U}_0 \Rightarrow \mathcal{U}_0 \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;
- (Debs, Saint-Raymond)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $A \notin \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{U} \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;
- (Kaufman, Kechris, Louveau)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $A \notin \mathcal{U}_0 \Rightarrow \mathcal{K}(A) \setminus \mathcal{U}_0$-ban van nem megszámlálható sok páronként diszj. halmaz. $\mathcal{U}$-ra is.
- (Kechris)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $\forall 0 < a, b < 2\pi \ (A \cap (a, b) \notin \mathcal{U}_0) \Rightarrow$
  $\nexists \mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}(A)$ sűrű G_δ σ-ideál: $\mathcal{I} \subseteq \mathcal{U}_0$;

Ami a leíró halmazelméletből kipotyog...

- (Kaufman, Kechris, Louveau)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $A \notin \mathcal{U}_0 \Rightarrow \mathcal{U}_0 \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;
- (Debs, Saint-Raymond)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $A \notin \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{U} \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;
- (Kaufman, Kechris, Louveau)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $A \notin \mathcal{U}_0 \Rightarrow \mathcal{K}(A) \setminus \mathcal{U}_0$-ban van nem megszámlálható sok páronként diszj. halmaz. $\mathcal{U}$-ra is.
- (Kechris)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $\forall 0 < a, b < 2\pi \ (A \cap (a, b) \notin \mathcal{U}_0) \Rightarrow$ $\nexists \mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}(A)$ sűrű G_δ σ-ideál: $\mathcal{I} \subseteq \mathcal{U}_0$;
- (Debs, Saint-Raymond)
  $A \subseteq [0, 2\pi]$ analitikus,
  $$\mathcal{K}(A) \subseteq \mathcal{U}_0 \Leftrightarrow \exists \mathcal{A} \in [\mathcal{U}_0]^{\leq \omega} \ (A \subseteq \bigcup \mathcal{A});$$

Ami a leíró halmazelméletből kipotyog...

- (Kaufman, Kechris, Louveau)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $A \notin \mathcal{U}_0 \Rightarrow \mathcal{U}_0 \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;
- (Debs, Saint-Raymond)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $A \notin \mathcal{U} \Rightarrow \mathcal{U} \cap \mathcal{K}(A)$ teljes koanalitikus;
- (Kaufman, Kechris, Louveau)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $A \notin \mathcal{U}_0 \Rightarrow \mathcal{K}(A) \setminus \mathcal{U}_0$-ban van nem megszámlálható sok páronként diszj. halmaz. $\mathcal{U}$-ra is.
- (Kechris)
  $A \in \mathcal{K}([0, 2\pi])$, $\forall 0 < a, b < 2\pi$ $(A \cap (a, b) \notin \mathcal{U}_0) \Rightarrow$
  $\nexists \mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}(A)$ sűrű G_δ σ-ideál: $\mathcal{I} \subseteq \mathcal{U}_0$;
- (Debs, Saint-Raymond)
  $A \subseteq [0, 2\pi]$ analitikus,
  $$\mathcal{K}(A) \subseteq \mathcal{U}_0 \Leftrightarrow \exists \mathcal{A} \in [\mathcal{U}_0]^{\leq\omega} \ (A \subseteq \bigcup \mathcal{A});$$
  spec. A analitikus spec. egyért. $\Rightarrow$ A első kategóriájú.

“
Miért
érdekes
ez
?
”

“

Miért

érdekes

ez

?

”

$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1])$ egy G_δ σ-ideál és $\{x\} \in \mathcal{I}$ $(x \in [0,1])$

$$?\Downarrow?$$

$\exists D \subseteq [0,1]$ sűrű G_δ halmaz: $\mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$

Kechris, Louveau, Woodin:
koanalitikus σ-ideál
teljes koanalitikus vagy G_δ

„
Miért
érdekes
ez
?
"

$$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1]) \text{ egy } G_\delta \ \sigma\text{-ideál és } \{x\} \in \mathcal{I} \ (x \in [0,1])$$

$$?\Downarrow?$$

$$\exists D \subseteq [0,1] \text{ sűrű } G_\delta \text{ halmaz: } \mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$$

“ Miért érdekes ez ? ”

Kechris, Louveau, Woodin:
koanalitikus σ-ideál
teljes koanalitikus vagy G_δ

Államérdek:
G_δ σ-ideálok
alapos ismerete

$$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1]) \text{ egy } G_\delta \ \sigma\text{-ideál és } \{x\} \in \mathcal{I} \ (x \in [0,1])$$

$$?\Downarrow?$$

$$\exists D \subseteq [0,1] \text{ sűrű } G_\delta \text{ halmaz: } \mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$$

Kechris, Louveau, Woodin:
koanalitikus σ-ideál
teljes koanalitikus vagy G_δ

“ Miért érdekes ez ? ”

Államérdek:
G_δ σ-ideálok
alapos ismerete

$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1])$ egy G_δ σ-ideál és $\{x\} \in \mathcal{I}$ $(x \in [0,1])$

$\boxed{?\Downarrow?}$

$\exists D \subseteq [0,1]$ sűrű G_δ halmaz: $\mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$

Ha igaz lenne: oly egyszerű lenne minden!

Kechris, Louveau, Woodin:
koanalitikus σ-ideál
teljes koanalitikus vagy G_δ

"Miért érdekes ez ?"

Államérdek:
G_δ σ-ideálok
alapos ismerete

$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1])$ egy G_δ σ-ideál és $\{x\} \in \mathcal{I}$ $(x \in [0,1])$

Nem igaz...

$$\Downarrow$$

$\exists D \subseteq [0,1]$ sűrű G_δ halmaz: $\mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$

Ha igaz lenne: oly egyszerű lenne minden!

Kechris, Louveau, Woodin:
koanalitikus σ-ideál
teljes koanalitikus vagy G_δ

"Miért érdekes ez ?"

Államérdek:
G_δ σ-ideálok
alapos ismerete

$\mathcal{I} \subseteq \mathcal{K}([0,1])$ egy G_δ σ-ideál és $\{x\} \in \mathcal{I}$ $(x \in [0,1])$

$\Downarrow$

Nem igaz...

$\exists D \subseteq [0,1]$ sűrű G_δ halmaz: $\mathcal{K}(D) \subseteq \mathcal{I}$

Ha igaz lenne: oly egyszerű lenne minden!

...azaz a G_δ σ-ideálok nem is olyan egyszerűek.