

Vizsgatematika, 2012/13 második félév

1. Itéletkalkulusbeli formulák. Tautológia, kielégíthető, elutasítható formula és formulahalmaz. Logikai kifejezések, szabadalgebra.
2. Ultrafilter, főfilter, centrált rendszer. Véges halmazon minden ultrafilter főfilter. Valódi ultrafilter létezése. Frechét filter, majdnem diszjunkt rendszer.
3. Itéletkalkulus kompatsági tétele.
4. Bizonyítások általában. Hilbert típusú bizonyítás (axióma, levezetési szabály) és tulajdonságai. Teljesség és helyesség. Itéletkalkulusban dedukció lemma.
5. Itéletkalkulushoz létezik teljes Hilbert típusú bizonyítás.
6. Elsőrendű logika: típus (jelkészlet), kifejezés, prímmformula, formula. Struktúra, kiértékelés, formula igazsága egy struktúrában. Formulák ekvivalenciája.
7. Részstruktúra, elemi rész. Tarski-Vaught kritérium. Növő elemi lánc uniója. Példák, ellenpéldák.
8. Struktúrák szorzata. Ultraszorzat, ultrahatvány. Łoś lemma (mindkét változat).
9. Elsőrendű logika kompatsági tétele ultraszorzattal. Alkalmazások.
10. Axiomatizálható és végesen axiomatizálható struktúraosztályok (Kiesler tételei). Példák, ellenpéldák.
11. Leszálló Löwenheim-Skolem tétel. Skolem-függvények. Skolem paradoxon.
12. Felsőálló Löwenheim-Skolem tétel, következmények. Bizonyítás ultraszorzattal valamint növo elemi láncsal.
13. Diagram. Beágyazás részstruktúráként és elemi részként. Elemien ekvivalens struktúrák közös kiterjesztései.
14. Robinson konzisztencia tétele, Beth interpolációs tétel ekvivalenciája.
15. Elsőrendű logikában a Hilbert-féle levezetés fogalma. Levezetési szabályok, kvantort manipuláló axiómák, egyenlőség axiómák. Dedukció lemma.
16. Elsőrendű logika Hilbert-féle teljessége: Henkin elmélet, tanusító konstansok, a bizonyítás befejezése.
17. Rekurzív függvény, rek.rel definíciója. Példák (konstansok, $[\sqrt{x}]$, paritás, $<$). Definíció esetsztvászalással. Rekurzív és rekurzíve felsorolható halmazok. Korlátos kvantorok.
18. A Gödel-féle β függvény. Sorozatok kódolása. 2^n rekurzív. Rekurzív definíciók. Primitív rekurzívó tétele.
19. Aritmetizálás: formulák kódolása természetes számokkal. Kifejezés, formula, levezethetőség rekurzívívítása. Rekurzív és eldönthető elméletek. Példák nem rekurzív de eldönthető, stb. elméletekre.
20. Q axiómahalmaz, elemi tulajdonságai. Rek függvény reprezentálhatósága. Minden rek.függvény reprezentálható Q -ban.
21. Rekurzív és eldönthető elméletek definíciója. Church tétele. Gödel első nem-teljességi tétele. A ν formula.
22. A Lev, Helyettesítve, Con formulák definíciója. Fixpont tétel. A ν formula konstrukciója és bizonyíthatatlansága.
23. A Lev* formula definíciója; levezethetősége. Explicit példa független formulára (Rösser).
24. Gödel második nem-teljességi tétele, Con és Con* formulák, levezethetőségük, Löb tétele.
25. Eldönthetetlen és lényegesen eldönthetetlen elméletek; szemantikus interpretáció. A csoportelmélet eldönthetetlen. (Hogyan szabaduljunk meg a konstansjelektől?)
26. Véges automaták, véges automatákkal elfogadható nyelvek; automaták faktorizációja; műveletek reguláris nyelveken; az $xyzuv$ tétel, alkalmazások.