

## Geometria 1

### 8. példasor

1. Bizonyítsuk be, ha egy  $M$  konvex sokszög tartalmaz egy  $r$  sugarú körlemezt, melyet minden oldala érint (azaz  $M$  érintősokszög), akkor

$$T(M) = \frac{r \cdot K(M)}{2}.$$

2. Bizonyítsuk be, ha egy tetszőleges  $M$  konvex sokszög tartalmaz egy  $r$  sugarú körlemezt, akkor

$$T(M) \geq \frac{r \cdot K(M)}{2}.$$

Jelölés az alábbi feladatokhoz: Adott háromszögben  $t$  a terület,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  az oldalak,  $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$ ,  $r$  a beírt kör sugara, és  $r_a$ ,  $r_b$ ,  $r_c$  az  $a$ ,  $b$ ,  $c$  az oldalakhoz hozzáírt körök sugarai (pl.  $r_a$  a sugara annak a körnek, mely érinti mindhárom oldalegyenest, és az  $a$  oldal elválasztja a háromszögtől). Az 1. feladat szerint  $t = rs$ .

3. Bizonyítsuk be, hogy  $t = r_a(s - a)$ .
4. Bizonyítsuk be, hogy  $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$ .
5. Bizonyítsuk be, hogy  $rr_a = (s - b)(s - c)$ .
6. Bizonyítsuk be, hogy  $t = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$ .