Geometria 1
4. gyakorlat

1. Bizonyítsd be, hogy tetszőleges $\mathbf{u}$ és $\mathbf{v}$ vektorokra,

$$|\mathbf{u}+\mathbf{v}| = |\mathbf{u}-\mathbf{v}| \text{ akkor és csak akkor, ha } \mathbf{u} \text{ és } \mathbf{v} \text{ merőleges.}$$

2. Bizonyítsd be, ha a O az ABC háromszög körülírt körének középpontja, és M a magasságpontja, akkor

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}.$$

3. Határozd meg a $\mathbf{v}(2,-1,-2)$ vectorral egyirányú egységvektort.

4. Adott $\mathbf{u}(2,1,8)$ és $\mathbf{v}(1,2,3)$ vektorokra határozd meg az $\mathbf{u}$ vektornak $\mathbf{v}$-vel párhuzamos és arra merőleges komponensét.

5. Határozd meg az $\mathbf{u}(1,-1,-2)$ és $\mathbf{v}(2,-1,3)$ vectorok által kifeszített sík egy normálvektorát.

6. Bizonyítsd be, hogy ha $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ és $\mathbf{d}$ vektorokra $\mathbf{a}\times\mathbf{b} = \mathbf{c}\times\mathbf{d}$ és $\mathbf{a}\times\mathbf{c} = \mathbf{b}\times\mathbf{d}$, akkor $\mathbf{a}-\mathbf{d}$ és $\mathbf{b}-\mathbf{c}$ párhuzamosak.

7. Határozd meg az ABC háromszög területét, ha $A(3,2,1)$, $B(4,3,-3)$ és $C(2,2,3)$.