

Geometria 2 gyakorlat, tanári szakirány, 2008. ősz
6. példasor, október 20-tól október 22-ig

1. Legyen az R sugarú kör egy félkörnél kisebb körcikkébe beírt kör sugara r , a körcikk húrjának a hossza $2a$. Mutassuk meg, hogy

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{1}{a}.$$

2. Az $ABCD$ paralelogramma AD oldalát n egyenlő részre osztjuk és az A -tól számított első osztópontot összekötjük a B csúccsal. Igazoljuk, hogy ez az összekötő szakasz az AD átló $(n + 1)$ -edrészét vágja le.
3. Egy négyszög mindegyik oldalát három-három egyenlő részre osztjuk és a szemközti osztópontokat „sakktableszerűen” összekötjük. Bizonyítsuk be, hogy az összekötő szakaszok harmadolják egymást.
4. Igazoljuk, hogy a síkban adott bármely két körhöz található olyan középpontos hasonlóság, amely az egyiket a másikba viszi. Mennyi lesz a hasonlóság aránya?
5. Bizonyítsd be, hogy két középpontos hasonlóság kompozíciója középpontos hasonlóság vagy eltolás.
Útmutatás: Használjuk az órai utolsó tételt párhuzamosságot tartó transzformációk osztályozásáról.
6. Bizonyítsd be, hogy ha OA_1B_1 , OA_2B_2 és OA_3B_3 háromszögek egyező irányításúak és hasonlóak, és A_1 , A_2 és A_3 egy egyenesbe esnek, akkor B_1 , B_2 és B_3 is egy egyenesbe esnek.
7. Két kör a Q pontban belülről érintkezik. Vegyünk fel egy tetszőleges, Q -n át nem haladó egyenest, amely a köröket két-két pontban metszi. Bizonyítsuk be, hogy ennek a szelőnek a két kör közé eső szakaszai Q -ból egyenlő szög alatt látszanak.
Útmutatás: Tekintsük azt a Q középpontú nagyítást amely az egyik kört a másikba viszi; hova kerül a szelő ennél a nagyításnál?