

Geometria 2 gyakorlat, tanári szakirány, 2008. ősz
2. példasor, szeptember 15–19.

Példák egybevágóságokra, Ortogonális transzformációk

1. Egészítsük ki az alábbi 2×2 -es mátrixokat úgy, hogy ortogonálisak legyenek. Hányféleképpen tehetjük ezt meg?

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \\ & \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \frac{-1}{3} & \\ \frac{2\sqrt{2}}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & \\ & \end{bmatrix}$$

2. Egészítsük ki az alábbi 3×3 -es mátrixokat úgy, hogy ortogonálisak legyenek. Hányféleképpen tehetjük ezt meg?

$$\begin{bmatrix} & 1 & \\ 1 & & \\ & & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \\ -1 & & \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & & \\ & \frac{-6}{7} & \\ & & \frac{-3}{7} \end{bmatrix}$$

3. Soroljuk föl az összes egész elemű 2×2 -es ortogonális mátrixot.
4. Hány darab olyan 3×3 -as ortogonális mátrix van, melynek minden eleme nemnegatív egész?
5. Írd fel a síkbeli $\frac{-\pi}{6}$ szögű elforgatás mátrixát.
6. Melyik síkbeli egybevágóság az alábbi mátrixszal való szorzás?

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{-\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

7. Határozd meg a $P(1, 2, 3)$ pont tükörképét a $Q(2, 3, 1)$ pontra.
8. Határozd meg a $P(1, 5, 7)$ pont tükörképét a $3y + 4z = -7$ egyenletű síkra.
9. Határozd meg a $P(2, -2, 2)$ pont képét a harmadik koordinátatengely körüli $\frac{\pi}{4}$ szögű elforgatás esetén.