

**Geometria 2 gyakorlat, tanári szakirány, 2008. ősz**  
**1. példasor, szeptember 8–12.**

**Szimmetriák, egybevágóságok**

1. Lehet-e valamely ponthalmaznak
  - (a) egynél több,
  - (b) pontosan kétszimmetriaközéppontja?
2. Tegyük fel, hogy valamely korlátos síkidom a  $t$  egyenesre tengelyesen szimmetrikus és a  $P$  pontra középpontosan szimmetrikus. Mutassuk meg, hogy  $P \in t$ .
3. Adjunk meg olyan síkbeli alakzatot, amely harmadrendben forgásszimmetrikus, de nem tengelyesen szimmetrikus. Van-e ilyen háromszög?
4. Melyik igaz?
  - (a) Ha egy síkbeli ponthalmaznak egynél több szimmetriatengelye van, akkor szimmetriaközéppontja is van.
  - (b) Ha egy síkbeli ponthalmaznak pontosan két szimmetriatengelye van, akkor szimmetriaközéppontja is van.
5. Melyik igaz:
  - (a) Ha egy négyszöget valamelyik átlója két egybevágó háromszögre vágja, akkor a négyszög deltoid vagy parallelogramma.
  - (b) Ha egy sokszöget valamelyik átlója két egybevágó részre vágja, akkor a sokszög tengelyesen vagy középpontosan szimmetrikus.
6. Tükrözzük egy háromszög magasságpontját az oldalegyenesekre és az oldalak felezőpontjaira. Mutassuk meg, hogy a hat tükörkép a körülírt körre illeszkedik.
7. Tükrözzük egy háromszög körülírt körét az oldalegyenesekre. Mutassuk meg, hogy a három tükörkép egy ponton megy át.
8. Forgassuk el az  $ABC$  háromszög  $C$  csúcsa körül az  $A$  csúcsot  $\varphi$ , a  $B$  csúcsot  $-\varphi$  szöggel az  $A'$ , illetve a  $B'$  pontba. Igazoljuk, hogy az  $AB'$  és  $BA'$  szakaszok egyenlő hosszúak. Mekkora az  $AB'$  és  $BA'$  egyenesek hajlásszöge?

9. Az  $ABC$  háromszög két oldalaira kifelé rajzolt szabályos háromszögek legyenek  $CBA_1$ ,  $ACB_1$  és  $BAC_1$ . Bizonyítsuk be, hogy
- (a)  $AA_1 = BB_1 = CC_1$ , és
  - (b) az  $AA_1$ ,  $BB_1$  és  $CC_1$  egyenesek páronként  $60^\circ$ -os szögben metszik egymást,
  - (c) mégpedig egy pontban.
10. A sík, illetve a tér egy rögzített  $O$  pontján átmenő összes egyenesre, illetve összes síkra tükrözzünk egy adott  $P$  pontot. Mit alkotnak a tükörképek?
11. Tükrözzük a tér egy adott  $P$  pontját az összes olyan síkra, amely tartalmaz egy rögzített  $e$  egyenest. Mit alkotnak a tükörképek?
12. Tudjuk, hogy bármely négyszög oldalfelező pontjai paralelogrammát határoznak meg. Mutassuk meg, hogy ha a négyszög konvex, akkor ez a paralelogramma feldarabolható négy háromszögre, amelyek rendre egybevágók a négyszögből a paralelogramma elhagyása után megmaradó négy háromszöggel.