

Geometria 1, intenzív

9. gyakorlat

1. Legyen Z egy el nem fajuló másodrendű görbe $\mathbb{R}P^2$ -ben, továbbá legyenek e és e' egy r ponton át a Z -hez húzott érintők, melyek érintési pontjai p illetve p' . Bizonyítsa be, hogy az r pont polárisa Z -re vonatkozóan a pp' egyenes.
2. A előző feladat jelölését használva legyen f egy olyan egyenes, mely Z -t a és b pontokban, a pp' egyenest pedig az s pontban metszi. Bizonyítsa be, hogy

$$(absr) = -1.$$

3. Az alábbi egyenletű \mathbb{R}^3 -beli másodrendű felületek közül melyek vihetőek egymásba projektív leképezéssel.

(a) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

(b) $x^2 + y^2 - z^2 = 1$

(c) $x^2 - y^2 - z^2 = 1$

(d) $z = xy$

(e) $1 + z^2 = xy$

4. Legyen Q egy másodrendű felület $\mathbb{R}P^3$ -ban, amelynek homogén egyenlete egy megfelelő \mathbb{R}^4 -beli bázisban

$$x^2 + y^2 - z^2 - w^2 = 0.$$

Bizonyítsa be, hogy Q vonalfelület, azaz minden p pontjához létezik p -t tartalmazó, és a Q -ban fekvő egyenes.

Ötlet $(t \cos \varphi + s \sin \varphi)^2 + (t \sin \varphi - s \cos \varphi)^2 = t^2 + s^2$

5. A 6. feladatbeli felületek közül melyek tartalmaznak egyenest?