

Geometria 1, intenzív
7. gyakorlat

1. Bizonyítsa be, hogy egy projektív egyenest k pontja k szakaszra osztja.
2. Hány összefüggő részre osztja a projektív síkot
 - (i) egy,
 - (ii) két,
 - (iii) három,
 - (v) $n \geq 3$

egyenes, ha semmelyik három nem megy át egy ponton?

3. Adottak az \mathbb{R}^2 -beli e egyenesen az $A_i(x_i, y_i)$ pontok, $i = 1, 2, 3, 4$. Bizonyítsa be, hogy

$$(A_1A_2A_3A_4) = \frac{x_3 - x_1}{x_3 - x_2} : \frac{x_4 - x_1}{x_4 - x_2} = \frac{y_3 - y_1}{y_3 - y_2} : \frac{y_4 - y_1}{y_4 - y_2}.$$

4. Adottak az \mathbb{R}^2 -beli e egyenesen az $A_1(1, 2)$, $A_2(4, 5)$ és $A_3(6, 8)$ pontok. Határozza meg az e azon A_4 pontjának koordinátáit, melyre $(A_1A_2A_3A_4) = 4$.
5. Adottak az \mathbb{R}^2 -beli e egyenesen az $A_1(0, 0)$ és az $A_i(x_i, y_i)$ pontok, $i = 2, 3, 4$. Bizonyítsa be, hogy ha $(A_1A_2A_3A_4) = -1$, akkor

$$\frac{1}{x_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} \right).$$

6. Adottak az \mathbb{R}^2 -beli e egyenesen az $A_1(1, 2)$ és $A_2(5, 10)$ pontok. Ha A_3 az e végtelen távoli pontja, akkor határozza meg az e azon A_4 pontjának koordinátáit, melyre $(A_1A_2A_3A_4) = -3$.