A (matematikai) nyelv.

Kétszortú (kétuniverzumú) nyelvet használunk.
Szortok (univerzumok): B (body-k, "próbatestek"), Q (mennyiségek).
Reláció és függvényjelek:

$\mathsf{Ph}, \mathsf{Obs}$ B-szortú egyargumentumú relációjelek (tehát $\mathsf{Ph}, \mathsf{Obs} \subseteq \mathsf{B}$),

$+, *, \leq$ Q-szortú 2-argumentumú függvény ill. relációjelek, azaz $+, * : \mathsf{Q} \times \mathsf{Q} \to \mathsf{Q}$ és $\leq \subseteq \mathsf{Q} \times \mathsf{Q}$,

W hatargumentumú relációjel, melynek első 2 argumentuma B szortú, a többi Q szortú, azaz $\mathsf{W} \subseteq \mathsf{B} \times \mathsf{B} \times \mathsf{Q}^4$.

A formulák halmaza tehát a következő:

B ill. Q szortú változójelek halmaza: $\mathsf{V}_B, \mathsf{V}_Q$ két végtelen halmaz.
Kifejezések:
B szortú kifejezések: V_B elemei.
Q szortú kifejezések: V_Q elemeiből a $+, *$-el felírt kifejezések (pl. $(x+y)*x$ ha $x, y \in \mathsf{V}_Q$).
Atomi formulák: $\mathsf{Ph}(x)$, $\mathsf{Obs}(x)$, $u \leq v$, $\mathsf{W}(x, y, u, v, w, z)$, $x = y$, $u = v$ ha x, y B szortú és u, v, w, z pedig Q szortú kifejezések.
Formulák: Atomi formulákból az $\wedge$ (és), $\neg$ (nem), $(\forall x)$ (minden) kvantorokkal felírt formulák (ahol x változójel).

Rövidítések: Ahelyett, hogy bevezetnénk külön B ill. Q szortú változójeleket, $(\forall b \in \mathsf{B})$ ill. $(\forall x \in \mathsf{Q})$ alakú kvantorokat használunk. Általában x, y, z, t Q szortú és b, m, k pedig B szortú változójelek. Rövidítésként használjuk a $\vee, \to, \leftrightarrow, \exists x$ formulafelépítő jeleket is a szokásos módon: $\varphi \vee \psi = \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi), \varphi \to \psi = \neg(\varphi \wedge \neg\psi), \varphi \leftrightarrow \psi = (\neg(\varphi \wedge \neg\psi) \wedge \neg(\neg\varphi \wedge \psi)), (\exists x)\varphi = \neg\forall x \neg\varphi$. Rövidítésként használjuk majd a $+, *, \leq$-ből definiált $0, 1, -, /, <, \geq, >$ stb. jeleket is, a szokásos módon.

A fenti nyelv a 4-dimenziós spec.rel nyelve. Tetszőleges $n \geq 2$ dimenziós spec.rel-ről is fogunk beszélni. Akkor a nyelven W egy $2 + n$-argumentumú relációjel, $\mathsf{W} \subseteq \mathsf{B} \times \mathsf{B} \times \mathsf{Q}^n$.

Axiómák

Ax1(Test Axióma, AxField)
$\langle \mathsf{Q}, +, *, \leq \rangle$ rendezett test, melyben $(\forall x \geq 0)(\exists y) x = y*y$.

$\mathsf{ut}_m(b)$ $= \{p \in \mathsf{Q}^n : \mathsf{W}(m, b, p)\}$, b életútja az m világképében.

Ax2(Ego Axióma, AxSelf)
$(\forall m \in \mathsf{Obs}) \mathsf{ut}_m(m) = \bar{t} =$ időtengely, azaz
$(\forall m \in \mathsf{Obs})(\forall p \in \mathsf{Q}^n)[\mathsf{W}(m, m, p) \leftrightarrow p_1 = \ldots = p_{n-1} = 0]$.

$\ell \subseteq \mathsf{Q}^n$ egyenes ha $(\exists p, q \in \mathsf{Q}^n, q \neq 0) \ell = \{p + \lambda * q : \lambda \in \mathsf{Q}\}$.
(Itt $0, +, *$ a Q^n vektortér műveletei.) Jelölje $|x|$ az $x \in \mathsf{Q}$ abszolút értékét.

$\mathsf{slope}(\ell) = 1$ $\Leftrightarrow$
$(\forall p, q \in \ell)[p \neq q \Rightarrow |p_0 - q_0| = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + \ldots + (p_{n-1} - q_{n-1})^2}\ ]$.

Ax3(Fény Axióma, AxPh)
Minden megfigyelő világképében a fotonok életútjai pontosan az 1 dőlésszögű (azaz 1 sebességű) egyenesek.
$(\forall m \in \mathsf{Obs})(\forall \ell \subseteq \mathsf{Q}^n)[(\exists ph \in \mathsf{Ph}) \ell = \mathsf{ut}_m(ph) \Leftrightarrow (\ell \text{ egyenes} \wedge \mathsf{slope}(\ell) = 1)]$.

$\mathsf{es}_m(p)$ $= \{b \in \mathsf{B} : \mathsf{W}(m, b, p)\}$, esemény , amit m a p "helyen lát".

Ax4(Esemény Axióma, AxEvent)
Az összes megfigyelő ugyanazokat az eseményeket látja (koordinátázza).
$(\forall m, k \in \mathsf{Obs})(\forall p \in \mathsf{Q}^n)(\exists q) \mathsf{es}_m(p) = \mathsf{es}_k(q)$.

$\mathsf{slope}(\ell) < 1$ $\Leftrightarrow$
$(\forall p, q \in \ell)[p \neq q \Rightarrow |p_0 - q_0| > \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + \ldots + (p_{n-1} - q_{n-1})^2}\ ]$.

Ax5(Gondolatkísérlet Axióma, AxThoughtExperiment)
Minden megfigyelő világképében minden fénynél kisebb sebességgel lehet mozogni, bárhol bármilyen irányba.
$(\forall m \in \mathsf{Obs})(\forall\, \textit{egyenes}\, \ell \subseteq \mathsf{Q}^n)[\mathsf{slope}(\ell) < 1 \Rightarrow (\exists k \in \mathsf{Obs}) \mathsf{ut}_m(k) = \ell]$.

$\mathsf{ttav}(p,q) = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + \ldots + (p_{n-1} - q_{n-1})^2}, \quad$ térbeli távolság .

Ax6(Szimultán Távolság Axióma, AxSim)
Ha két megfigyelő mindegyike egyidejűnek koordinátázza az e és e' eseményeket, akkor egyetértenek e és e' távolságán.
$(\forall m, k \in \mathsf{Obs})(\forall p, q, p', q' \in \mathsf{Q}^n)[(\mathsf{es}_m(p) = \mathsf{es}_k(p') \wedge \mathsf{es}_m(q) = \mathsf{es}_k(q') \wedge p_0 = q_0 \wedge p'_0 = q'_0) \quad \Rightarrow \quad \mathsf{ttav}(p,q) = \mathsf{ttav}(p', q')]$.

$\mathsf{Specrel} = \{\mathbf{Ax1} - \mathbf{Ax6}\} = \{$Test Axióma – Szimultán Távolság Axióma$\}$.

$\mathsf{Specrel}_0 = \{\mathbf{Ax1} - \mathbf{Ax5}\} = \{$Test Axióma – Gondolatkísérlet Axióma$\}$.

Intuitív($\mathsf{Specrel}_0$) = (Fény Axióma + NK^-),
Intuitív(Specrel) = (Fény Axióma + NK^- + Szimmetria Axióma).

1.Tétel $\mathsf{Specrel} + \mathsf{Obs} \neq \emptyset$ ellentmondásmentes, van modellje.

2.Tétel Specrel független axiómarendszer.

3.Tétel Specrel tételeinek halmaza eldönthetetlen.

4.Tétel Specrel rendelkezik a Gödel nemteljességi tulajdonsággal, azaz megfogalmazható egy Con(Specrel) formula a Specrel elsőrendű nyelvén, ami intuitíve Specrel konzisztenciáját fejezi ki, $\quad \mathsf{Specrel} \not\vdash \mathsf{Con}(\mathsf{Specrel})$,
Specrel+Con(Specrel) öröklődően eldönthetetlen és öröklődően nemteljes, tehát pl. végtelen sok bővítése van.

5.Tétel Van φ formula, hogy Specrel+φ konzisztens, "természetes", eldönthető és teljes (minden kérdést igen-nem módon eldönt).

3.T, 4.T, 5.T-ről ld. Andréka-Madarász-Németi: Logical analysis of special relativity theory. http://www.illc.uva.nl/j50/contribs/andreka-nemeti/index.html