Kétszortú (kétuniverzumú) nyelvet használunk.

Szortok (univerzumok):

B (body-k, "próbatestek"), Q (mennyiségek).

Reláció és függvényjelek:

$\mathsf{Ph}, \mathsf{Obs}$ B-szortú egyargumentumú relációjelek

azaz $\mathsf{Ph}, \mathsf{Obs} \subseteq \mathsf{B}$,

$+, *, \leq$ Q-szortú 2-argumentumú függvény ill. relációjelek,

azaz $+, * : \mathsf{Q} \times \mathsf{Q} \to \mathsf{Q}$ és $\leq \subseteq \mathsf{Q} \times \mathsf{Q}$,

W hatargumentumú relációjel, melynek első 2 argumentuma B szortú, a többi Q szortú,

azaz $\mathsf{W} \subseteq \mathsf{B} \times \mathsf{B} \times \mathsf{Q}^4$.

A formulák halmaza tehát a következő:

B ill. Q szortú változójelek halmaza:

$\mathsf{V}_B, \mathsf{V}_Q$ két végtelen halmaz.

Kifejezések:

B szortú kifejezések: V_B elemei.

Q szortú kifejezések: V_Q elemeiből a $+, *$-el felírt kifejezések (pl. $(x+y)*x$ ha $x, y \in \mathsf{V}_Q$).

Atomi formulák: $\mathsf{Ph}(x), \mathsf{Obs}(x), u \leq v, \mathsf{W}(x, y, u, v, w, z)$, $x = y$, $u = v$ ha x, y B szortú és u, v, w, z pedig Q szortú kifejezések.

Formulák: Atomi formulákból az $\wedge$ (és), $\neg$ (nem), $(\forall x)$ (minden) kvantorokkal felírt formulák (ahol x változójel).

Rövidítések: Ahelyett, hogy bevezetnénk külön B ill. Q szortú változójeleket, $(\forall b \in \mathsf{B})$ ill. $(\forall x \in \mathsf{Q})$ alakú kvantorokat használunk. Általában x, y, z, t Q szortú és b, m, k pedig B szortú változójelek.

Rövidítésként használjuk a $\vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \exists x$ formulafelépítő jeleket is a szokásos módon: $\varphi \vee \psi = \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$, $\varphi \rightarrow \psi = \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$, $\varphi \leftrightarrow \psi = (\neg(\varphi \wedge \neg\psi) \wedge \neg(\neg\varphi \wedge \psi))$, $(\exists x)\varphi = \neg\forall x \neg\varphi$. Rövidítésként használjuk majd a $+, *, \leq$-ből definiált $0, 1, -, /, <, \geq, >$ stb. jeleket is, a szokásos módon.

A fenti nyelv a 4-dimenziós spec.rel nyelve. Tetszőleges $n \geq 2$ dimenziós spec.rel-ről is fogunk beszélni. Akkor a nyelven W egy $2 + n$-argumentumú relációjel, $\mathsf{W} \subseteq \mathsf{B} \times \mathsf{B} \times \mathsf{Q}^n$.

Megjegyzés: Ha szokásos (nem több-szortú) nyelvet használnánk, akkor a fentivel egyenértékű lenne: $\mathsf{B}, \mathsf{Ph}, \mathsf{Obs}$, Q egyargumentumú relációjelek stb., és állandóan feltesszük a következő keretaxiómákat: $\forall x(\mathsf{B}(x) \vee \mathsf{Q}(x))$, $\mathsf{Ph}(x) \rightarrow \mathsf{B}(x), \ldots,$ $\mathsf{W}(x, y, z, v, w, u) \rightarrow [\mathsf{B}(x) \wedge \mathsf{B}(y) \wedge \mathsf{Q}(z) \wedge \ldots \wedge \mathsf{Q}(u)]$.

Axiómák

Ax1(Test Axióma, AxField)
$\langle \mathsf{Q}, +, *, \leq \rangle$ rendezett test, melyben
$(\forall x \geq 0)(\exists y) x = y * y$.

$\mathsf{ut}_m(b) := \{p \in \mathsf{Q}^n : \mathsf{W}(m, b, p)\}$, b életútja az m világképében.

Ax2(Ego Axióma, AxSelf)
$(\forall m \in \mathsf{Obs})\mathsf{ut}_m(m) = \bar{t} =$ időtengely, azaz $(\forall m \in \mathsf{Obs})$
$(\forall p \in \mathsf{Q}^n)[\mathsf{W}(m, m, p) \leftrightarrow p_1 = \ldots = p_{n-1} = 0]$.

$\ell \subseteq \mathsf{Q}^n$ egyenes ha $(\exists p, q \in \mathsf{Q}^n, q \neq 0)\ell = \{p + \lambda * q : \lambda \in \mathsf{Q}\}$. (Itt $0, +, *$ a Q^n vektortér műveletei.) Jelölje $|x|$ az $x \in \mathsf{Q}$ abszolút értékét.

$\mathsf{slope}(\ell) = 1 \Leftrightarrow (\forall p, q \in \ell)[p \neq q \Rightarrow$
$|p_0 - q_0| = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + \ldots + (p_{n-1} - q_{n-1})^2}\ ]$.

Ax3(Fény Axióma, AxPh)
Minden megfigyelő világképében a fotonok életútjai pontosan az 1 dőlésszögű (azaz 1 sebességű) egyenesek.
$(\forall m \in \mathsf{Obs})(\forall \ell \subseteq \mathsf{Q}^n)$
$[(\exists ph \in \mathsf{Ph})\ell = \mathsf{ut}_m(ph) \quad \Leftrightarrow \quad (\ell \text{ egyenes} \wedge \mathsf{slope}(\ell) = 1)]$.

$\mathsf{es}_m(p) = \{b \in \mathsf{B} : \mathsf{W}(m, b, p)\}$, esemény , amit m a p "helyen lát".

Ax4(Esemény Axióma, AxEvent)
Az összes megfigyelő ugyanazokat az eseményeket látja (koordinátázza).
$(\forall m, k \in \mathsf{Obs})(\forall p \in \mathsf{Q}^n)(\exists q)\mathsf{es}_m(p) = \mathsf{es}_k(q)$.

$\mathsf{slope}(\ell) < 1 \Leftrightarrow (\forall p, q \in \ell)[p \neq q \Rightarrow |p_0 - q_0| > \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + \ldots + (p_{n-1} - q_{n-1})^2}\ ]$.

Ax5(Gondolatkísérlet Axióma, AxThoughtExperiment)
Minden megfigyelő világképében minden fénynél kisebb sebességgel lehet mozogni, bárhol bármilyen irányba.
$(\forall m \in \mathsf{Obs})(\forall\, egyenes\, \ell \subseteq \mathsf{Q}^n)[\mathsf{slope}(\ell) < 1 \Rightarrow (\exists k \in \mathsf{Obs})\mathsf{ut}_m(k) = \ell]$.

$\mathsf{ttav}(p, q) := \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + \ldots + (p_{n-1} - q_{n-1})^2}$, térbeli távolság .

Ax6(Szimultán Távolság Axióma, AxSim)
Ha két megfigyelő mindegyike egyidejűnek koordinátázza az e és e' eseményeket, akkor egyetértenek e és e' távolságán.
$(\forall m, k \in \mathsf{Obs})(\forall p, q, p', q' \in \mathsf{Q}^n)[(\mathsf{es}_m(p) = \mathsf{es}_k(p') \wedge \mathsf{es}_m(q) = \mathsf{es}_k(q') \wedge p_0 = q_0 \wedge p'_0 = q'_0) \Rightarrow \mathsf{ttav}(p, q) = \mathsf{ttav}(p', q')]$.

$\mathsf{Specrel} = \{\mathbf{Ax1} - \mathbf{Ax6}\}$.

$\mathsf{Specrel}_0 = \{\mathbf{Ax1} - \mathbf{Ax5}\}$.

$\mathsf{Intuitív}(\mathsf{Specrel}_0) = (\text{Fény Axióma} + \text{NK}^-)$,
$\mathsf{Intuitív}(\mathsf{Specrel}) = (\text{Fény Axióma} + \text{NK}^- + \text{Szimmetria Axióma})$.

1.Tétel $\mathsf{Specrel} + \mathsf{Obs} \neq \emptyset$ ellentmondásmentes, van modellje.

2.Tétel Specrel független axiómarendszer.

3.Tétel Specrel tételeinek halmaza eldönthetetlen.

4.Tétel Specrel rendelkezik a Gödel nemteljességi tulajdonsággal, azaz megfogalmazható egy Con(Specrel) formula a Specrel elsőrendű nyelvén, ami intuitíve Specrel konzisztenciáját fejezi ki, $\mathsf{Specrel} \nvdash \mathsf{Con}(\mathsf{Specrel})$, $\mathsf{Specrel}+\mathsf{Con}(\mathsf{Specrel})$ öröklődően eldönthetetlen és öröklődően nemteljes, tehát pl. végtelen sok bővítése van.

5.Tétel Van φ formula, hogy $\mathsf{Specrel} + \varphi$ konzisztens, “természetes”, eldönthető és teljes (minden kérdést igen-nem módon eldönt).

3.T, 4.T, 5.T-ről ld. Andréka-Madarász-Németi: Logical analysis of special relativity theory.
http://www.illc.uva.nl/j50/contribs/andreka-nemeti/index.html