Axiómák

Ax1(Test Axióma, AxField)
$\langle \mathsf{Q}, +, *, \leq \rangle$ rendezett test, melyben $(\forall x \geq 0)(\exists y) x = y*y$.

$\mathsf{ut}_m(b) = \{p \in \mathsf{Q}^n : \mathsf{W}(m, b, p)\}$, b életútja az m világképében.

Ax2(Ego Axióma, AxSelf)
$(\forall m \in \mathsf{Obs})\mathsf{ut}_m(m) = \bar{t} =$ időtengely, azaz
$(\forall m \in \mathsf{Obs})(\forall p \in \mathsf{Q}^n)[\mathsf{W}(m, m, p) \leftrightarrow p_1 = \ldots = p_{n-1} = 0]$.

$\ell \subseteq \mathsf{Q}^n$ egyenes ha $(\exists p, q \in \mathsf{Q}^n, q \neq 0)\ell = \{p + \lambda * q : \lambda \in \mathsf{Q}\}$.
(Itt $0, +, *$ a Q^n vektortér műveletei.) Jelölje $|x|$ az $x \in \mathsf{Q}$ abszolút értékét.

$\mathsf{slope}(\ell) = 1 \Leftrightarrow$
$(\forall p, q \in \ell)[p \neq q \Rightarrow |p_0 - q_0| = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + \ldots + (p_{n-1} - q_{n-1})^2}\ ]$.

Ax3(Fény Axióma, AxPh)
Minden megfigyelő világképében a fotonok életútjai pontosan az 1 dőlésszögű (azaz 1 sebességű) egyenesek.
$(\forall m \in \mathsf{Obs})(\forall \ell \subseteq \mathsf{Q}^n)[(\exists ph \in \mathsf{Ph})\ell = \mathsf{ut}_m(ph) \Leftrightarrow (\ell \text{ egyenes} \wedge \mathsf{slope}(\ell) = 1)]$.

$\mathsf{es}_m(p) = \{b \in \mathsf{B} : \mathsf{W}(m, b, p)\}$, esemény , amit m a p “helyen lát”.

Ax4(Esemény Axióma, AxEvent)
Az összes megfigyelő ugyanazokat az eseményeket látja (koordinátázza).
$(\forall m, k \in \mathsf{Obs})(\forall p \in \mathsf{Q}^n)(\exists q)\mathsf{es}_m(p) = \mathsf{es}_k(q)$.

$\mathsf{slope}(\ell) < 1 \Leftrightarrow$
$(\forall p, q \in \ell)[p \neq q \Rightarrow |p_0 - q_0| > \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + \ldots + (p_{n-1} - q_{n-1})^2}\ ]$.

Ax5(Gondolatkísérlet Axióma, AxThoughtExperiment)
Minden megfigyelő világképében minden fénynél kisebb sebességgel lehet mozogni, bárhol bármilyen irányba.
$(\forall m \in \mathsf{Obs})(\forall\, \textit{egyenes}\, \ell \subseteq \mathsf{Q}^n)[\mathsf{slope}(\ell) < 1 \Rightarrow (\exists k \in \mathsf{Obs})\mathsf{ut}_m(k) = \ell]$.

$\mathsf{ttav}(p,q) = \sqrt{(p_1-q_1)^2+\ldots+(p_{n-1}-q_{n-1})^2}$, térbeli távolság .

Ax6(Szimultán Távolság Axióma, AxSim)
Ha két megfigyelő mindegyike egyidejűnek koordinátázza az e és e' eseményeket, akkor egyetértenek e és e' távolságán.
$(\forall m,k \in \mathsf{Obs})(\forall p,q,p',q' \in \mathsf{Q}^n)[(\mathsf{es}_m(p) = \mathsf{es}_k(p') \wedge \mathsf{es}_m(q) = \mathsf{es}_k(q') \wedge p_0 = q_0 \wedge p'_0 = q'_0) \quad \Rightarrow \quad \mathsf{ttav}(p,q) = \mathsf{ttav}(p',q')]$.

$\mathsf{Specrel} = \{\mathbf{Ax1} - \mathbf{Ax6}\} = \{$Test Axióma – Szimultán Távolság Axióma$\}$.

$\mathsf{Specrel}_0 = \{\mathbf{Ax1} - \mathbf{Ax5}\} = \{$Test Axióma – Gondolatkísérlet Axióma$\}$.

$\mathsf{Intuitív}(\mathsf{Specrel}_0) =$ (Fény Axióma + NK^-),
$\mathsf{Intuitív}(\mathsf{Specrel}) =$ (Fény Axióma + NK^- + Szimmetria Axióma).

1.Tétel $\mathsf{Specrel} + \mathsf{Obs} \neq \emptyset$ ellentmondásmentes, van modellje.

2.Tétel $\mathsf{Specrel}$ független axiómarendszer.

3.Tétel $\mathsf{Specrel}$ tételeinek halmaza eldönthetetlen.

4.Tétel $\mathsf{Specrel}$ rendelkezik a Gödel nemteljességi tulajdonsággal, azaz megfogalmazható egy $\mathsf{Con}(\mathsf{Specrel})$ formula a $\mathsf{Specrel}$ elsőrendű nyelvén, ami intuitíve $\mathsf{Specrel}$ konzisztenciáját fejezi ki, $\mathsf{Specrel} \not\vdash \mathsf{Con}(\mathsf{Specrel})$,
$\mathsf{Specrel}+\mathsf{Con}(\mathsf{Specrel})$ öröklődően eldönthetetlen és öröklődően nemteljes, tehát pl. végtelen sok bővítése van.

5.Tétel Van φ formula, hogy $\mathsf{Specrel}+\varphi$ konzisztens, "természetes", eldönthető és teljes (minden kérdést igen-nem módon eldönt).

3.T, 4.T, 5.T-ről ld. Andréka-Madarász-Németi: Logical analysis of special relativity theory. http://www.illc.uva.nl/j50/contribs/andreka-nemeti/index.html