Tuza Zsolt 60 éves

(speciális szeminárium)

Október 3. (csütörtök), Rényi Intézet Nagyterme

Program

14:15 Megnyitás

14:20-15:05 Körner János: Végtelen gráfsorozatok az információelméletben

15:05-15:35 Dósa György: Ütemezés, aztán pakolás!

15:35-15:50 Szünet

15:50-16:20 Ruszinkó Miklós: Tuza Zsolt pár eredményéről

16:20-16:50 Szigeti Jenő: Euler polinomok és egy speciális szomszédsági mátrix

16:50-17:20 Bujtás Csilla: Zsolt nevezetes sejtései és ezekhez kapcsolódó eredmények

17:20 Köszöntés

Kivonatok

Körner János
(Sapienza Egyetem, Róma)

Végtelen gráfsorozatok az információelméletben

Tuza több cikkében foglalkozik véges ábécé feletti végtelen(hez tartó) sorozatokon definiált gráfokkal, pontosabban ezek klikkszámával. Ezek az eredmények lényeges – bár nem mindig nyilvánvaló – kapcsolatban állnak a Shannon-féle információelmélettel. Az előadás fő célja ezen kapcsolatok bemutatása. A terület gazdag nyitott problémákban.

Dósa György
(Pannon Egyetem, Veszprém)

Ütemezés, aztán pakolás!

Az előadásban ütemezési és ládapakolási modelleket ismertetünk, továbbá algoritmusokat, amelyeknek a legrosszabb esetben történő viselkedését vizsgáljuk.
A kombinatorikus optimalizálási feladatok két nagy osztálya az offline illetve online feladatok. Előbbiek esetén mindent tudunk az inputról az optimalizálás megkezdése előtt, az utóbbiak esetén semmit. E kettő között helyezkednek el a ”szemi online”, magyarul félig online feladatok. Itt tudunk valamit, de nem sokat. Az első félig online ütemezési feladatot tárgyaló cikket [1] sok további követte. Főleg ilyen félig online ütemezési modelleket tárgyalunk az előadás első részében, algoritmusokkal és azok legrosszabb esetben lévő becsléseivel együtt. A félig online feltételek: ismert optimum érték, az ütemezendő munkák ismert összmérete, puffer használatának lehetősége és átrendezést megengedő modellek. Ezután ládapakolási feladatokkal foglalkozunk. A ládapakolási feladat esetén adott n tárgy, ezek mérete $p_1, p_2, \ldots, p_n$ (pozitív valós számok), a tárgyakat a lehető legkevesebb ládába kell bepakolni, azonban egy-egy ládába csak legfeljebb egységnyi összméretű tárgy pakolható.

A feladat köztudottan NP-nehéz. A leghíresebb klasszikus approximációs algoritmusok közé tartoznak a First Fit (FF), ahol a tárgyak egy adott sorrendben érkeznek, és a következő tárgy a legelső olyan ládába kerül, ahova befér. Az FFD (First Fit Decreasing) algoritmus esetén ugyanezt tesszük, de előbb a tárgyakat méreteik csökkenő sorrendjébe rendezzük. A Best Fit (BF) algoritmus az előzőektől eltérően a következő tárgyat a lehető legjobban megtöltött ládába teszi (ahova befér). Jelölje FF, FFD, BF illetve OPT az algoritmusok által kapott ládák számát, illetve az optimum értékét.
David Johnson sokat idézett doktori dolgozata (amely egyike a legelső olyan munkáknak amelyek az approximációs algoritmusok területét megalapozták) 1973-ban belátta hogy

$$FFD \leq 11/9 \cdot OPT + C$$

tejesül $C = 4$ választásával. A 11/9-es szorzó éles, nem csökkenthető. Az additív konstans lehető legkisebb értéke azonban azóta is nyitott kérdés volt. A napokban közlésre elfogadott [2] dolgozat tisztázza a kérdést, amennyiben megmutatja hogy az éles becslés

$$FFD \leq 11/9 \cdot OPT + 6/9. \tag{1}$$

Továbbá tetszőleges OPT érték esetén megmondja azt is hogy legfeljebb mekkora lehet FFD értéke, szintén pontos értékkel. Eztán szintén lehető legjobb becsléseket adunk meg az FF és BF algoritmusok esetén [3, 4], mindkettőre

$$FF, BF \leq 1.7 \cdot OPT \tag{2}$$

teljesül. Minhárom feladat teljes megoldása 1973-tól váratott magára.

Hivatkozások

[1] H. Kellerer, V. Kotov, G.M. Speranza, Zs. Tuza: Semi online algorithms for the partition problem, *Op.Res Letters* 21 (1997), 235-242.

[2] Gy. Dósa, R. Li, X. Han, Zs. Tuza, Tight absolute bound for First Fit Decreasing bin-packing: $FFD(L) \leq 11/9 \cdot OPT(L) + 6/9$, *Theoretical Computer Science*, 2013.

[3] Gy. Dósa, J. Sgall, First Fit bin packing: a tight analysis, Proceedings of STACS 2013, pp. 538-549.

[4] Gy. Dósa, J. Sgall, Optimal analysis of Best Fit bin packing, manuscript, 2013.

Ruszinkó Miklós
(MTA RAMKI)

Tuza Zsolt néhány eredményéről

Tuza Zsolt az elmúlt három évtizedben több, mint 350 cikket publikált. A kombinatorika olyan vezető kutatóival dolgozott együtt, mint N. Alon, J.A. Bondy, Erdős Pál, Füredi Zoltán, Gallai Tibor, Gyárfás András, Győri Ervin, Hajnal András, A. Kostochka, J. Nesetril, Pach János, Pyber László, Simonyi Gábor, V. Rödl, Szemerédi Endre, hogy pár nevet említsünk. Előadásomban Tuza néhány eredményéről és az ezekhez kapcsolódó kutatásaimról fogok beszélni.

Boldog Születésnapot Zsolt!

Szigeti Jenő
(Miskolci Egyetem)

Euler polinomok és egy speciális szomszédsági mátrix

Egy gráf éleinek a címkézése egy algebra generátor elemeivel legtöbbször hasznos vállalkozás. Az egyik legismertebb példa egy irányítatlan egyszerű $\Gamma = (V, E)$ gráf éleinek az $x_1, \ldots, x_N$ kommutatív változókkal való azonosítása. Ha $|V| = k$, akkor természetes módon értelmezhető a gráf $A \in \mathrm{M}_k(\mathbb{Q}[x_1, \ldots, x_N])$ ferdén szimmetrikus szomszédsági mátrixa és a $\det(A)$ polinomból kiolvashatók (többek között) a teljes párosítások (Tutte). Az ún. Euler féle polinom egy $\Gamma = (V, E, \sigma, \tau)$ irányított gráf éleinek az $x_1, \ldots, x_N$ nem kommutatív változókkal való azonosításából származik:

$$p_{(\Gamma,p,q)}(x_1, \ldots, x_N) = \sum_{\pi \in \Pi(\Gamma,p,q)} \mathrm{sgn}(\pi) x_{\pi(1)} \cdots x_{\pi(N)},$$

ahol $\Pi(\Gamma, p, q)$ az olyan permutációk halmaza, amelyeknél az $x_{\pi(1)}, \ldots, x_{\pi(N)}$ sorozat a $p \in V$ csúcsból induló és a $q \in V$ csúcsban végződő irányított Euler út.

Tétel (TUZA, RG, SzJ) *Ha* $|V| = k$ *és* $N \geq 2kn$*, akkor* $p_{(\Gamma,p,q)}(x_1, \ldots, x_N) = 0$ *azonosság bármely kommutatív* C *gyűrű feletti* $n \times n$*-es* $\mathrm{M}_n(C)$ *mátrix algebrán.*

Tétel (TUZA,LA,RG,SzJ) *Legyen* $\Gamma = (V, E, \sigma, \tau)$ *az ún. ferde Capelli gráf, amelyben* $|V| = k$ *és* $N = |E| = k(m' + m'')$. *Ha* $m' + m'' < 2n$, *akkor* $p_{(\Gamma,p,q)}(x_1, \ldots, x_N) = 0$ *nem azonosság az* $\mathrm{M}_n(\mathbb{Q})$ *mátrix algebrán.*

A $\Gamma = (V, E, \sigma, \tau)$ irányított gráf éleit azonosíthatjuk a

$$G = \mathbb{Q}\left\langle v_1, \ldots, v_N \mid v_j v_i = -v_i v_j \text{ minden } 1 \leq i \leq j \leq N \text{ indexre}\right\rangle$$

Grassmann algebra $v_1, \ldots, v_N$ antikommutatív generátoraival és természetes módon értelmezhetjük a gráf $A \in \mathrm{M}_k(G)$ (közönséges) szomszédsági mátrixát: $A = [a_{p,q}]$, ahol $a_{p,q} \in G$ a $p \in V$ csúcsból a $q \in V$ csúcsba irányuló élek összege, azaz

$$a_{p,q} = \sum_{\sigma(v_i)=p,\tau(v_i)=q} v_i \ .$$

Tétel $A^{2k} = 0$.

Bujtás Csilla
(Pannon Egyetem, Veszprém)

Zsolt nevezetes sejtései és ezekhez kapcsolódó eredmények

Zsolt két nevezetes sejtéséről és az ezeken elért eredményekről lesz szó az előadásban.

(1) Ha egy gráfban maximum k darab páronként élfüggetlen háromszög választható ki, akkor létezik $2k$ él, amelyeket törölve háromszög-mentes gráfot kapunk. (Tuza Zsolt, 1981)

A fenti 30-éves sejtés a mai napig nyitott. Számos cikk vizsgálta a problémát, csak néhány név ezek szerzői közül: Tuza Zsolt, P. Haxell, Y. Kohayakava, M. Krivelevich, A. Kostochka, S. Thomassé, B. Mohar. Egyik közös cikkünk, melynek harmadik szerzője S. Aparna L., szintén tartalmaz a sejtésre vonatkozó eredményeket.

(2) Ha egy 6-uniform hipergráfban n csúcs és legfeljebb $n/2$ él van, akkor $n/4$ csúccsal lefogható az összes él. (Tuza Zsolt, D. Vestergaard, 2002)

A probléma szintén nyitott, de az idei évben több részeredmény is született. Ezek egyik közös jellemzője, hogy a kérdés vizsgálata általánosabb eredmények létrejöttét is inspirálta.