# Ein Nachtrag über befreundete Zahlen

Von *P. Erdös* in Budapest und *G. J. Rieger* in Hannover

Für $n \in \mathbb{N}$ sei $\sigma(n) := \sum_{\substack{d \mid n \\ d > 0}} d$; zwei Zahlen $a, b$ aus $\mathbb{N}$ heißen befreundet, wenn und nur wenn gilt $\sigma(a) = \sigma(b) = a + b$. Für $0 < x \in \mathbb{R}$ bezeichne $B(x)$ die Anzahl der Paare befreundeter Zahlen $a < b$ mit $a < x$. In [1] wird $B(x) = o(x)$ bewiesen und

$$B(x) = O\big(x(\log\log\log x)^{-1}\big) \tag{1}$$

in Aussicht gestellt. In [3] wurde mit der Methode von [1] weniger als (1) gezeigt. Mit Hilfe der neueren Arbeit [2] läßt sich nun (1) wie folgt beweisen.

Für $0 < x \in \mathbb{R}$, $0 < \delta \in \mathbb{R}$ bezeichne $D(x, \delta)$ die Anzahl der $n \in \mathbb{N}$ mit $n < x$ und $2n < \sigma(n) < (2 + \delta)n$. Für $3 < x \in \mathbb{R}$, $0 < \delta \in \mathbb{R}$ ist

$$B(x) = O\big(x(\delta^2 \log\log x)^{-\frac{1}{5}} + D(x, \delta)\big)$$

nach [3], Hilfssatz 4. Für $0 < \delta < 1$, $x > \delta^{-1}$ ist

$$D(x, \delta) = O\big(x(\log \delta^{-1})^{-1}\big)$$

nach [2], Theorem, was schärfer ist als [3], Hilfssatz 5. Die Wahl $\delta := (\log\log x)^{-\frac{1}{3}}$ liefert (1).

## Literaturverzeichnis


[1] *P. Erdös*, On amicable numbers. Publ. Math. Debrecen **4** (1955), 108—111.

[2] *P. Erdös*, On the distribution of numbers of the form $\sigma(n)/n$ and on some related questions. Pacific J. Math. **52** (1974), 59—65.

[3] *G. J. Rieger*, Bemerkung zu einem Ergebnis von Erdös über befreundete Zahlen. J. reine angew. Math. **261** (1973), 157—163.


Lehrstuhl D für Mathematik, Technische Universität, 3 Hannover, Welfengarten 1

Eingegangen 2. September 1974