ismerniök ezeket a módszereket, akik a napi gyakorlatban találkoznak azokkal a problémákkal, amelyek ezekkel a módszerekkel eredményesen megoldhatók. Az üzemi és általában a gazdasági gyakorlatban dolgozó szakembereknek legalább annyira kell érteniök ezekhez a módszerekhez, hogy ráismerjenek a saját területükön való alkalmazás valószínű lehetőségére.

Ennek érdekében azonban növelni kellene az operáció kutatás módszereinek és hazai lehetőségeinek a propagálását. Nagy akadálya ma ennek a munkának, hogy sem magyarnyelvű szakkönyvek, sem magyar nyelvű folyóiratcikkek nem állanak kellő számban az érdeklődők rendelkezésére.

A konferencia tapasztalatait véleményünk szerint az alábbiakban lehetne a magyar közgazdaságtudomány szempontjából összegezni:

1. Az operáció kutatás módszerei a korszerű gazdaságvezetés egyre nagyobb jelentőségre és gyakorlati alkalmazásra szert tevő eszközei.

2. Ahhoz, hogy ezeket a módszereket eredményesen alkalmazni lehessen, szükség van:

a) operáció kutatáshoz jól értő specialistákra,

b) arra, hogy a gazdaságban dolgozó vezető kádereknek legyen bizonyos fogalmuk e kutatások lehetőségeiről, és vegyék igénybe a megfelelő szakembereket,

c) megfelelő kapacitású, nagyteljesítményű elektronikus számológépekre, mert ezek hiányában a legegyszerűbb feladatok sem oldhatók meg a gyakorlatban.

3. Érdemes a tudománynak ezen a területén is a nemzetközi kapcsolatokat ápolni.

Bod Péter

Útiélmények

Moszkva—Peking—Singapore

1960 első hónapjaiban több országot látogattam meg. *Ju. V. Linnik* professzor meghívására 1959. december 30-án először Leningrádba utaztam. Linnik professzort egy korábbi budapesti látogatása alkalmával ismertem meg, kitűnően beszél angolul és így jól megértettük egymást. Rövid ott tartózkodásom ellenére igen élénk matematikai eszmecsere fejlődött ki közöttünk, aminek eredménye egy számelméleti cikk: „A számelmélet egy aszimptotikus egyenlőtlenségről”, amely azóta orosz nyelven meg is jelent a Leningrádi Egyetem folyóiratában. A cikkben vizsgált probléma a következő: Hány olyan egész szám van, amely kisebb, mint az n adott egész szám, és két olyan egész szám szorzatára bontható fel, amelyek mindegyike kisebb mint $\sqrt{n}$? (Pl. Hány olyan egész szám van, amely kisebb mint 16 és két olyan egész szám szorzatára bontható, amelyek mindegyike kisebb, mint $\sqrt{16} = 4$? Ezek a számok: $1 = 1\times 1$, $2 = 1\times 2$, $3 = 1\times 3$, $4 = 2\times 2$, $6 = 2\times 3$, $9 = 3\times 3$, azaz összesen 6 ilyen szám van.) 1934-ben a kérdéses mennyiségnek csak egy felső becslését tudtam megadni, az ehhez kapcsolódó alsó becslés különös érdekkel nem bírt. Leningrádban sikerült a felső becslést lényegesen javítanom és ennek kapcsán jó alsó becslést is találtam. Linnik egyik tanítványa *A. Vinogradov* vetette fel ismét a kérdést. Cikkemet Linnik és Vinogradov voltak szívesek oroszra fordítani.

A Szovjetunió Tudományos Akadémiája Matematikai Intézete leningrádi részlegében két előadást tartottam megoldatlan matematikai problémákról, amelyek közül kettőt említek meg: 1. Az egyik egy általam 1932-ben felvetett probléma, amelyet ezideig sem oldottak meg. Ismeretes, hogy a 2^{k+1}-nél kisebb egész számok előállíthatók, mint 2 olyan hatványainak összegei, amelyek kitevője kisebb mint $k+1$ (pl. $k+1 = 4$ tehát $2^{k+1} = 2^4 = 16$ és a 16-nál kisebb számokat akarjuk előállítani a $2^0 = 1$, $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$ számok, azaz $4 = k+1$ szám segítségével: $1+2=3$, $1+4=5$, $1+8=9$, $2+4=6$, $2+8=10$, $4+8=12$, $1+2+4=7$, $1+2+8=11$, $1+4+8=13$, $2+4+8=14$, $1+2+4+8=15$; látható, hogy 2 hatványait is figyelembe véve a fenti számok között 1-től 15-ig minden szám előfordul, éspedig midegyik csak egyszer). Más szóval $2^0 = 1$, $2^1 = 2, \ldots, 2^k$, azaz $k+1$ számból minden lehetséges módon kivett számcsoportok összegei mind különböző számok. Az én kérdésem már most a következő: Megadható-e $k+2$ különböző egész szám $a_1, a_2, \ldots, a_{k+2}$ amelynek egyike sem nagyobb 2^k-nál úgy, hogy e számsorozatból kivett tetszőleges számcsoportok összegei mind különbözők legyenek és az

$a_1, a_2, \ldots, a_{k+2}$ számok egyikével sem legyenek egyenlők?

2. A másik problémát 1941-ben vetettem fel. Jelentsen n egész számot. Egy $2n$ oldalú sokszög összes oldalai és átlói távolságokat reprezentálnak. Sejtésem az, hogy e távolságok között van legalább n különböző. A kérdés még eldöntetlen. (Pl. $n = 2$, $2n = 4$ és tényleg 4 pont között legalább 2 különböző távolság van. A négyzetnek pl. az oldala és az átlója különböző hosszúságú.)

Az egyetemen éppen téli szünet volt és így ott nem sok kollégával találkozhattam. Annál több matematikussal jöttem össze az Akadémia matematikai intézetében, ahol a szünet ellenére élénk matematikai élet folyt. Itt a matematika úgyszólván minden ágával foglalkoznak és minden részterületen is több matematikus működik. Nálunk — bár az ország lakosainak számához képest a matematikusok aránya nagyobb, mint sok más országban — mégis a matematika sokirányú és állandóan új fejezeteket kihajtó fejlődéséhez képest ez a szám is kicsi. Magyarországon a matematika egyes ágaival csak néhány, esetleg csak egy matematikus foglalkozik.

Rövid egy hetes leningrádi látogatásom alatt a várost csak futólag tekintettem meg, annál is inkább, mert a téli idő és a szakmai jellegű megbeszélések miatt erre nem nagyon volt alkalmam és időm. Így is azzal a benyomással távoztam, hogy Leningrád a világ egyik legszebb városa. Nagy hatást tett rám az Ermitázs is, amelyet nem mulasztottam el megnézni.

Leningrádból Moszkvába utaztam, ahol sajnos szintén csak egy hetet töltöttem. Amennyire én meg tudtam ítélni, Moszkvában van a világ legnagyobb matematikai központja, a Lomonoszov Egyetemen és a Sztyeklov Intézetben (a Szovjetunió Tudományos Akadémiája Matematikai Intézete). Ilyen nagy számban még nem láttam matematikusokat együtt egy városban. Ez még az egyetemi szünidő ellenére is feltűnő volt.

Nem azt akarom természetesen mondani, hogy a Szovjetunió más egyetemi városaiban nincsenek jelentős matematikai centrumok, hiszen ilyet találtam Leningrádban is, de Moszkva óriási arányaival messze kiemelkedő. A Szovjetunió tudománypolitikája most egy másik nagy tudományos központot kíván létrehozni Novoszibirszkben, Szibériában, amitől azt várják, hogy ily módon a tudományos szervek moszkvai centralizációja némileg csökken.

A novoszibirszki központ létrehozása miatt természetesen Moszkva nem fog visszaesni, legfeljebb az országnak két nagy tudományos központja lesz. Több nagy tudományos központ létrehozása nagyon előnyös olyan nagy országban, mint a Szovjetunió. Több vezető egyéniség bontakozhatik ki, kialakulhatnak különféle iskolák, nem lesznek kitüntetett és elmaradott területek, vagy legalábbis csökken az ilyen különbség stb. Hangsúlyozni kell azonban azt, hogy nagyszámú matematikusnak egy városban való tömörítése a pezsgő matematikai élet egyik legfontosabb feltétele.

A Lomonoszov Egyetemen két előadást tartottam ugyancsak megoldatlan problémákról, nagyjából ugyanazokról, amelyekről Leningrádban is beszéltem. A megoldatlan problémák általam ismertetett gyűjteménye rövidesen írásban is megjelenik angol nyelven az MTA Matematikai Kutató Intézet Közleményeiben és valamivel később oroszul az egyik szovjet folyóiratban.

Moszkvából TU 104-es géppel repültem Irkutszkig és onnan egy mongol géppel Ulan Batoron át Pekingbe. A pekingi repülőtéren a Kínai Akadémia képviselőin kívül régi barátaim, *Ko Chao* és *Hua Lo-keng* vártak. Ko-val Manchesterben voltam együtt 1935—38-ig, három közös cikket írtunk, de azóta nem láttuk egymást. Huával 1937-ben ismerkedtem meg Cambridge-ben (Anglia), és többször találkoztam vele az Egyesült Államokban, utoljára 1950-ben. Igazán kellemes volt ilyen rég nem látott barátokkal újra találkozni. Ko-val közöltem *Mnich* lengyel matematikus következő problémáját: Létezik-e három olyan racionális szám, amelyeknek összege is, szorzata is 1? Ko megírta nekem Ausztráliába, hogy megoldotta a problémát és a válasz tagadó; cikke egy kínai folyóiratban fog megjelenni. Utólag értesültem arról, hogy — Ko-tól függetlenül — *Cassels* angol matematikus is megoldotta ezt a problémát és cikke már meg is jelent az Acta Arithmetica c. lengyel folyóiratban.

Több kínai egyetemen adtam elő és meglepetésemre mindenhol arra kértek, hogy valószínűségszámítási problémákról tartsak előadást. A valószínűségszámításnak a számelméletben és a matematika más területein való alkalmazásairól adtam elő. Többek között beszéltem az önmagát nem metsző bolyongási problémáról. A kérdés — úgy tudom — a polymér-kémia területén merült fel, velem *Doob* amerikai matematikus közölte. Az egyszerűség kedvéért a kérdést a síkra vonatkozóan fogom elmondani. Képzeljünk el egy végtelen síkot, amelyben két egymásra merőleges egyenes rendszer van, a párhuzamos egyenesek távolsága egyenlő (pl. egy számtanfüzet vonalai). Így egy síkrácsot alkotunk. Az önmagát nem metsző bolyongási probléma kapcsán olyan pont véletlenszerű mozgását vizsgálják, amely csak a síkrács egyenesein mozog, irányát csak valamelyik rácspontban változtatja meg és soha sem tér vissza olyan rácspontba, amelyben már volt. Valószínűségszámítási eszközökkel azt kívánják eldönteni, hogy n lépés esetén mekkora lesz a bolyongó pontnak a kiindulási ponttól mért átlagos távolsága.

Pekingben élénk matematikai élet folyik, és az egyetemeken is sok a matematika szakos hallgató. Előadásaimon is sok diák vett részt, de a nyelvismeret hiánya akadályozta a szorosabb érintkezést.

Pekingből repülőgéppel utaztam Shanghájba. Shangháj mellett meglátogattam egy kommunát, ahol éppen a kínai újévi ünnepekre készültek, ami három napig tart. Megmutatták a kommuna gyermekotthonát. Megtekintettem a kommuna kórházát, könyvtárát és kultúrházát is. Mindenhol igen szívesen fogadtak és teával kínáltak. Az egyik kultúrházban go-t játszottam és a partit megnyertem. Igaz, hogy Ko viszont könnyen megvert.

A go kínai társasjáték, amelyet én még Amerikában tanultam meg és nagyon szívesen játszom. A go valószínűleg régebbi játék, mint a sakk. A monda szerint ie. 5 000 évvel ezelőtt egy legendáshírű kínai császár találta fel, hogy e játék segítségével csiszolja gyenge szellemi képességű fia eszét. A go-t 19×19 mezőnyös táblán játsszák egyenrangú figurákkal. A go szabályai egyszerűbbek, mint a sakké, de az elmélete bonyolultabb. Japánban is nagyon elterjedt ez a játék, ott még go akadémia is van és sok a professzionista go-játékos. Go különben a játék japán neve, kínaiul vei-csi-nek nevezik, ami körülvevést jelent. Japánban egy-egy go bajnokság olyan sok embert foglalkoztat, mint nálunk egy labdarúgó bajnokság.

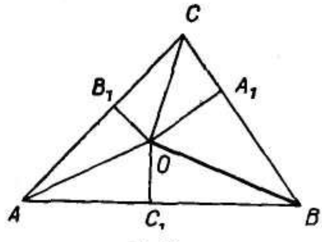
Shanghájból vonattal utaztam Hangcsóba, amely régi, műemlékekben gazdag város és talán Kína legszebb városa. Egy régi kínai mondás szerint: az égben van a Paradicsom, a földön van Hangcsó és Szucsó. Hangcsóban sok érdekes templom található és a város ma is a buddhizmus egyik centruma. Több hegy övezi és az egész környék festőien regényes. A város mellett terül el az ún. Nyugati Tó, amely rendkívül megkapó látványt nyújt.

Hangcsó egyetemén egy előadást tartottam a valószínűségszámítás és a számelmélet kapcsolatáról. Meglepő volt, hogy itt egy régi ismerősre bukkantam, egy matematikai professzornő személyében, aki valaha az Egyesült Államokban tanult. Hangcsóból Kantonba repültem, ahol magyar fogalmak szerint májusi idő várt, bár még csak február volt. Itt megtekintettem a Szun-Jat-szen múzeumot és azt az iskolát, ahol Mao-Ce-tung tanított. Meglátogattam egy kommunát is Kanton mellett, amely banánt, mandarint és más déligyümölcsöt termel. Kanton egészen más, mint az észak-kínai városok. Tolmácsom arról panaszkodott, hogy nehezen érti, amit beszélnek és őt is alig értik meg.

Kantonból a gyönyörű fekvésű Hong-kongba utaztam. Itt meglátogattam az angol nyelvű, de professzorait és hallgatóit tekintve kínai egyetemet. Két régi ismerőssel is találkoztam. Az egyik *Wong* professzor, a matematikai tanszék vezetője, akit még Philadelphiából ismerek. A másik *Yano* japán differenciálgeométer, aki néhány hónapon át mint vendég előadó működött itt. Hong-kongban ugyanis sokkal nagyobbak a fizetések, mint Japánban. Az alacsony fizetések miatt a japán tudósok nagy számban vándorolnak ki. Yanoval 1954-ben találkoztam Amsterdamban, a nemzetközi matematikai kongresszuson.

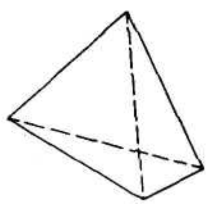
Hong-kongból Bangkokon át repültem Singapore-ba. A repülőtéren egy tanítványom, *E. Milner* várt, aki a halmazelméletnek abból a tárgyköréből fog doktorálni, amellyel *R. Radó* és én is foglalkoztunk. Öt heti ott-tartózkodásom alatt Milneréknél laktam, aki az egyik Singapore-i egyetem előadója és mint idegenből jött, igen jó fizetést és kis lakbér ellenében szép villát kapott. Ennek ellenére az a szándéka, hogy rövidesen visszatérjen Angliába, mert tudományos fejlődése ott jobban van biztosítva. Ottlétem alatt Milnerrel több halmazelméleti kérdést vizsgáltam meg. Elutazásomkor számos nyitott kérdést hoztam magammal. Ezek közül néhányat már megoldott *Hajnal András*, az MTA mátraházai üdülőjében való közös nyaralásunk során. Sajnos, ezeket a kérdéseket nem tudom itt ismertetni, mert megértésükhöz a halmazelmélet igen elvont fogalmainak ismerete szükséges. E cikkben közölt többi probléma kiválasztásában is az vezetett, hogy azok viszonylag egyszerűen fogalmazhatók meg, de nem mindig az általam előadott legjelentősebb kérdések (bár nem is a legjelentéktelenebbek).

Singapore-nak két egyeteme van, az egyik az angol nyelvű ún. maláj egyetem, a másik a kínai nyelvű egyetem. A közeli Malaya fővárosának, Kuala Lumpárnak a maláj egyeteme ez idő szerint még egy intézményt alkot a Singapore-i maláj egyetemmel és közös rektoruk egy *Oppenheim* nevű angol matematikus. A tervek szerint a két egyetem a közel jövőben szétválik. A singapore-i maláj egyetem matematikai tanszékének vezetője az angol *Pedoe*, aki



1. ábra

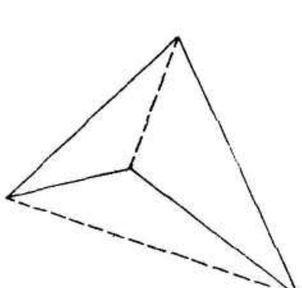
résztvett a II. Magyar Matematikai Kongresszuson. A tanszék többi alkalmazottja: két angol, egy amerikai, egy ceyloni és



konvex négyszög

2. ábra

egy indiai matematikus, akiket részben a magas fizetés, részben az utazási vágy hozott ide. A hallgatók többsége kínai.



konkáv négyszög

3. ábra

Származásukat tekintve nemcsak helyi lakosok gyermekei, hanem sokan jönnek ide tanulni a környező országokból is.

A Maláji Matematikai Társulatnak van egy folyóirata, amelyet most alakítanak át, hogy külföldi terjesztésre is alkalmassá váljék.

Singapore éghajlata rendkívül egyenletes és egészséges, a maláriát megszüntették és a rovarok számát sikerült nagy mértékben csökkenteni úgy, hogy a lakásokban kis házi gyíkokat tartanak, amelyek irtják a rovarokat.

Singapore-ban már könnyebb volt a helyzetem, mert itt sokan beszélnek angolul. Több előadást tartottam az egyetemen számelméleti, valószínűségszámítási és elemi geometriai kérdésekről. Az itt elmondott geometriai problémák közül kettőt említek: 1. Az ABC háromszög belsejében vegyünk fel egy O pontot. Az O-ból a háromszög oldalaira bocsátott merőlegesek talppontjai legyenek A_1, B_1, C_1 (1. ábra). 1932-ben közöltem azt a sejtésemet, hogy $OA + OB + OC \geq 2(OA_1 + OB_1 + OC_1)$, ahol az egyenlőség jele csak akkor érvényes, ha az ABC háromszög egyenlőoldalú és O körülírt körének középpontja. 1934-ben az állítást J. L. Mordell cambridge-i professzor bebizonyította. Azóta a fenti összefüggés az irodalomban az Erdős—Mordell-féle egyenlőtlenség elnevezés alatt szerepel és sok cikket írtak róla. 2. *Klein Eszter* vetette fel 1934-ben a következő, máig is csak részben megoldott problémát: Legalább hány pontot kell megadni a síkban úgy, hogy ki lehessen választani közülük k pontot, amelyek egy konvex k-szög csúcsait alkotják? Feltételezzük, hogy bármely három pont nincs egy egyenesen. (Egy sokszöget konvexnek nevezünk akkor, ha bármely két csúcsát összekötő átló a sokszög belsejében halad. Ellenkező esetben a sokszög konkáv.) (2—3. ábra).

Szekeres György (Ausztrália, University of Adelaide) sejtése, hogy legkevesebb $n = 2^{k-2} + 1$ pontot kell megadni ahhoz, hogy azokból ki lehessen választani egy konvex k szöget. *Makai Endre* és *Turán Pál* bebizonyították, hogy a sejtés igaz, ha $k = 5$, de a bizonyítás már k ilyen kis értéke esetében is bonyolult. (Pl. $k = 4$, akkor $n = 2^2 + 1 = 5$, azaz bárhogyan adnak is meg a síkban 5 pontot, abból kiválasztható mindig 4 úgy, hogy azok egy konvex négyszög csúcsai legyenek). Később Szekeressel együtt cikket írtam erről a kérdésről a Compositio Mathematica holland folyóiratba, de csak egy, a Szekeres sejtésénél gyengébb állítást tudtunk bebizonyítani.

Főleg az egyetem oktatói előtt tartottam előadásaimat, de tartottam néhányat a hallgatók részére is. Egy előadást tartottam Kuala Lumpár — Malaya fővárosa — egyetemén is. Itt is sok a kínai hallgató. A matematikai tanszéken kínai, indiai és ceyloni matematikusok adnak elő. Más tanszékeken vannak még angol oktatók is.

Kuala Lumpár-i látogatásom néhány napra szakította csak meg Singapore-i tartózkodásomat. Kuala Lumpár oly közel fekszik az őserdőhöz, hogy szállóm ablakából láttam a játszadozó majmokat. Itt az a szokás, hogy banánhéjat vagy más hasonló ételmaradékot dobálnak ki az ablakon — éppen úgy, ahogy Budapesten morzsát szórnak a madaraknak — amit a majmok szépen összeszednek és felfalnak.

Singapore-ban feltűnően magas az életszínvonal. Singapore-on áramlik át Malaya két legértékesebb kincse, az ón és a természetes gumi. Egy ideig attól tartottak, hogy a műgumi a természetes gumi versenytársává válik. Ez azonban nem következett be. Egyre nemesebb természetes gumi fajtákat fejlesztettek ki, s a gumi ára ma is elég magas.

A városban ennek ellenére munkanélküliség van, mert Singapore-ban nincs ipar. Van némi textiliparuk, de a város szabadkikötő, nem alkalmazhat védvámokat és az ipar fejlődésének sok nehézséggel kell megküzdenie. Enyhíti a munkanélküliség hatását az a körülmény, hogy az ott élő kínaiak között erős a családi összetartás érzése, és a család dolgozó tagjai eltartják a munkanélkülieket.

Az elmondottakat beszélgetésekre és öthetes ott-tartózkodásom benyomásaira alapozom. Singapore-ból tovább utaztam Ausztráliába. Erről az utamról más alkalommal számolok be.

ERDŐS PÁL

A Nemzetközi Kőzetmechanikai Iroda tevékenységéről

A nemzetközi tudományos együttműködés már sok vonatkozásban bebizonyította, hogy a tudósok tapasztalatcseréje és alkotó tevékenysége olyan eredményeket tud produkálni, amelyekre egymástól elszigetelten dolgozó szervek vagy intézmények aligha lennének képesek. Fontos a tudományos kutatásnak ez a formája a tudósok és szakemberek közötti szakmai és emberi kapcsolatok kialakítása szempontjából is. A nemzetközi tudományos együttműködés sokféle szervezetének sorában talán a legfiatalabb az 1959-ben létrehozott Nemzetközi Kőzetmechanikai Iroda, amely a bányászat és néhány rokontudományág szakembereit tömöríti.

A kőzetmechanika a bányászati tudományok egyik fiatal ága. Feladata olyan törvényszerű összefüggések feltárása, amelyek egyértelműen meg tudják mutatni a földkéregben kiképzett különböző méretű és helyzetű üregek s a kőzetekben (kőzetrétegekben) ezek hatására kialakuló mechanikai folyamatok közötti okszerű kapcsolatokat. A kőzetek anizotróp és inhomogén volta miatt a valóságos összefüggések feltárása meglehetősen nehézkes.

A földalatti üregek környezetének feszültségi állapota, illetve alakváltozása a bányászat számára sok elméleti és gyakorlati probléma alapját jelenti. A vágatok és más földalatti üregek legkedvezőbb méreteinek, fenntartásának (biztosításának) és legcélszerűbb térbeli elhelyezésének műszakilag helyes, gazdaságilag jó megoldása ma már alig képzelhető el a kőzettömegben lejátszódó mechanikai folyamatok ismerete nélkül.

A kőzetmechanikai kutatások az utolsó egy-két évtized alatt igen sokat fejlődtek. A nagy széntermelő országok a műszerek és a méréstechnika fejlődésével jelentős eredményeket is értek el. Ezekről az eredményekről általában a kb. kétévenként megrendezett nemzetközi kőzetmechanikai kongresszusok adnak áttekintést. E kongresszusok sorában kiemelkedő jelentőségű volt az 1958-ban Lipcsében megtartott kongresszus, amelyet a berlini Német Tudományos Akadémia és a Freibergi Bányászati Akadémia közösen rendeztek. A lipcsei kongresszuson nagyszámú szovjet küldöttséggel az élen, a lengyel, a csehszlovák, a román, a bolgár és a magyar bányászat képviselői is jelen voltak, a kelet- és nyugat-német, valamint az osztrák, a francia, a belga, a holland, az angol, a japán és a dél-afrikai szakemberek mellett.

A kongresszus záróülésén a szovjet küldöttség javaslatot terjesztett elő állandó nemzetközi együttműködésre, amelyet a plénum elfogadott. Ennek alapján a berlini Német Tudományos Akadémia megszervezte a Nemzetközi Kőzetmechanikai Irodát, amely viszonylag rövid idő alatt jelentős eredményeket ért el. Az Iroda jelenleg a berlini Német Tudományos Akadémia Bányászati Osztályának keretében s annak költségvetéséből működik. Elnöke *prof. G. Bilkenroth*, titkára *dr. K. H. Höfer*.

Az Iroda legfőbb célkitűzései a következők:

1. szervezi és elősegíti a nemzetközi együttműködést a kőzetmechanikai és